2017年度熱力学 宿題 (第6回)

学科		学年	年	番号		氏名	

1. 体積 V，温度 T の理想気体が断熱容器の中に封入されている．この気体を断熱変化させたところ，体積が a^2V になった．以下の問に答えよ．ただし，比熱比を γ とする．

   (a) 断熱変化後の気体の温度を答えよ．

(答)	

   (b) この気体が単原子分子理想気体だとすると，比熱比 γ の値が，具体的な数値として，いくらになるか答えよ．また，この比熱比の数値を用いると，断熱変化後の温度は，変化前の何倍になるか答えよ．

(γ)		(何倍)	

   (c) 断熱変化前に比べて，変化後の気体の根平均2乗速度 $\sqrt{<v>^2}$ が何倍になるか答えよ．

(何倍)	

2. 物質量 $n = 1$ [mol] の単原子分子理想気体がある。圧力 p，体積 V，温度 T であるとする．以下の問に答えよ．ただし，気体定数を R とし，以下の問の解答には，必要に応じて p, V, T, R を用いて良いものとする．

   (a) 状態方程式を書きなさい．

答	

   (b) 等温圧縮率 κ_T を答えよ．

κ_T	

   (c) (体積) 膨張率 β を答えよ．

β	

3. 等温圧縮率 κ_T と断熱圧縮率 $\kappa_{\rm ad}$ に関する次の文章の空欄にあてはまる記号，式を答えよ．

断熱変化 $(\delta Q = 0)$ では，内部エネルギーの変化分 ΔU は，熱力学第一法則から $\Delta U = \delta Q + \delta W = \delta W = -p\Delta V$．と表せる．この式において $\Delta U \to \mathrm{d}U$，$\Delta V \to \mathrm{d}V$ に書き換えると，U, p, V の間に成り立つ関係式 $\boxed{\text{(a)}} = 0$ を得る．また，U が p と V を 2 変数とする関数 (以降では「U は p と V の 2 変数関数」のようによぶ) とすると，$\mathrm{d}U = \boxed{\text{(b)}}$ と表せる．ここで，問 (a) と (b) で導いた 2 つの関係式より $\mathrm{d}U$ の項を消去すると，U, p, V の間に成り立つ関係式 $\boxed{\text{(c)}} = 0$ を得る．この問 (c) の結果から，$\left(\dfrac{\partial p}{\partial V}\right)_{\rm ad} = \boxed{\text{(d)}}$ を得る．

次に，U が T と p の 2 変数関数で，かつ T が p と V を 2 変数とする関数だとすると，$\left(\dfrac{\partial U}{\partial V}\right)_p = \left(\dfrac{\partial U}{\partial T}\right)_p \cdot \left(\dfrac{\partial T}{\partial V}\right)_p$ と変形できる．さらに，U が T と V の 2 変数とする関数で，かつ T が p と V の 2 変数関数だとすると，$\left(\dfrac{\partial U}{\partial p}\right)_V = \boxed{\text{(e)}} = C_V \left(\dfrac{\partial T}{\partial p}\right)_V$ と変形できる．

よって，$\left(\dfrac{\partial U}{\partial V}\right)_p + p = \left[\left(\dfrac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right]\left(\dfrac{\partial T}{\partial V}\right)_p$ を得る．

さらに，定圧モル比熱 C_p について $C_p = \left(\dfrac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ の関係式を用いると，上式は $\left(\dfrac{\partial U}{\partial V}\right)_p + p = \boxed{\text{(f)}}$ と表せる．ここまでのことをまとめると，$\left(\dfrac{\partial p}{\partial V}\right)_{\rm ad} = -\dfrac{C_p}{C_V} \cdot \boxed{\text{(g)}}$ を得る．

また，T が p と V の 2 変数関数とすると，$\mathrm{d}T = \boxed{\text{(h)}}$ と表せる．この式から，等温変化 $(\mathrm{d}T = 0)$ を仮定すると，$\left(\dfrac{\partial p}{\partial V}\right)_T = \boxed{\text{(i)}}$ を得る．この関係式を用いると，$\left(\dfrac{\partial p}{\partial V}\right)_{\rm ad}$ に関する問 (g) の関係式が $\left(\dfrac{\partial p}{\partial V}\right)_{\rm ad} = \dfrac{C_p}{C_V} \cdot \boxed{\text{(j)}}$ と表せる．

以上のことから，等温圧縮率 κ_T と断熱圧縮率 $\kappa_{\rm ad}$ の間には，$\boxed{\text{(k)}}$ の関係式が成り立つことが分かる．

(a)		(b)	
(c)		(d)	
(e)		(f)	
(g)		(h)	
(i)		(j)	
(k)			