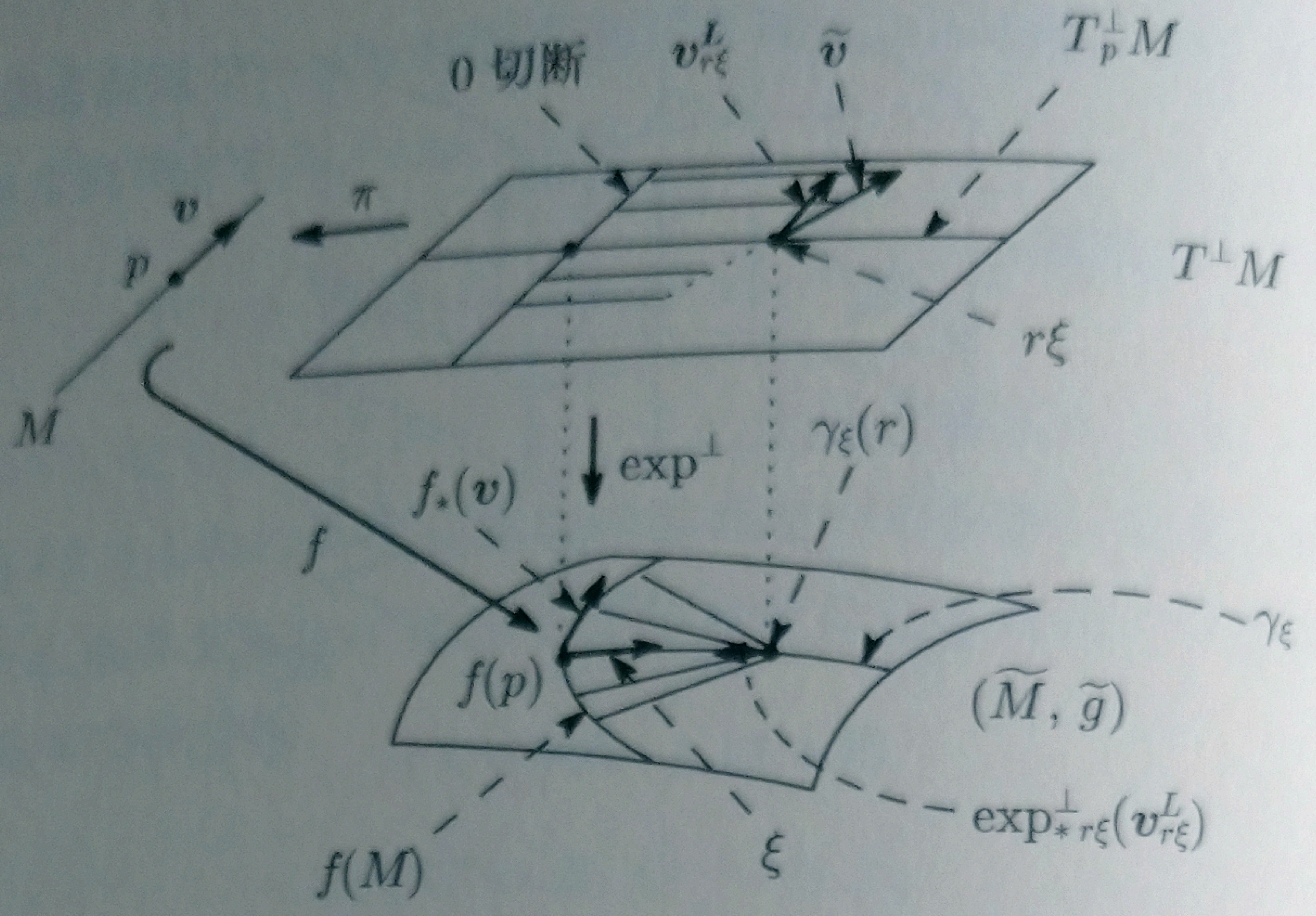

$$\pi_{*r\xi}(v^L_{r\xi}) = \pi_{*r\xi}(\widetilde{v}) = v$$
$$\exp^\perp_{*r\xi}(v^L_{r\xi}) \neq 0,\ \exp^\perp_{*r\xi}(\widetilde{v}) = 0$$

図 5.11.2　焦点

5.11.2 を見てわかるように，γ_ξ に沿う焦点は M の法測地線が 1 ジェットレベルで集中する点なので，$\gamma_\xi(r)$ が γ_ξ に沿う焦点であることと，γ_ξ に沿うヤコビ場 $\boldsymbol{Y}$ で $\boldsymbol{Y}(0)\ (\neq 0) \in f_*(T_pM)$ かつ $\boldsymbol{Y}(r) = 0$ となるようなものが存在することが同値であることがわかる．M の γ_ξ に沿う焦半径全体からなる集合を $\mathcal{F}R_{M,\xi}$ と表す．

$$\mathcal{F}_{M,p} := \bigcup_{\xi \in T^\perp_p M \text{ s.t. } \|\xi\|=1} \{r\xi \mid r \in \mathcal{F}R_{M,\xi}\}$$

とおく．この集合 $\mathcal{F}_{M,p}$ を M の点 p における**接焦集合** (**tangential focal set**) といい，$\exp^\perp(\mathcal{F}_{M,p})$ を M の点 p における**焦集合** (**focal set**) という．

5.12　管状擬リーマン超曲面

F を f によってはめ込まれた $(n+r)$ 次元擬 C^∞ リーマン多様体 $(\widetilde{M}, \widetilde{g})$ 内の n 次元 C^∞ 擬リーマン部分多様体とし，$\pi : T^\perp F \to M$ を F の法ベクトルバンドル，$\exp^\perp : T^\perp F \to \widetilde{M}$ を F の法指数写像とする．r を F 上の正値 C^∞ 級関数とし，$\varepsilon = \pm 1$ とする．

F

$$\widetilde{t}_{\varepsilon r}(F) := \{\xi \in T^\perp F \mid \widetilde{g}(\xi, \xi) = \varepsilon r(\pi(\xi))^2\}$$