

■特集／FEATURE■

—燃焼研究における複雑系の数理科学—同期現象と複雑ネットワーク—

Mathematical Science of Complex System in Combustion Researches -Synchronization phenomena and Complex Networks- —

乱流火災の時空構造の複雑さと同期

Complexity and Synchronization of Spatiotemporal Structure in a Buoyancy-induced Turbulent Fire

後藤田 浩^{1*}・高木 一至¹・徳田 功²・宮野 尚哉²GOTODA, Hiroshi^{1*}, TAKAGI, Kazushi¹, TOKUDA, Isao T.², and MIYANO, Takaya²¹ 東京理科大学工学部機械工学科 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Science, 6-3-1 Niijuku, Katsushika, Tokyo 125-8585, Japan

² 立命館大学理工学部機械工学科 〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1

Department of Mechanical Engineering, Ritsumeikan University, 1-1-1 Nojihigashi, Kusatsu, Shiga 525-8585, Japan

Abstract : The emergence of spatiotemporal chaos produced by spatially extended nonlinear system and chaos synchronization have promoted the sharp growth of much interest in nonlinear physics and related branches of mathematical science. We have numerically studied the spatiotemporal dynamics of flow velocity field in a buoyancy-induced turbulent fire and the synchronization of two coupled turbulent fires from viewpoints of statistical complexity, complex networks, and dynamical systems theory. Two classes of dynamics: (1) low-dimensional deterministic chaos in the near field dominated by the unstable motion of toroidal vortices and (2) high-dimensional chaos in the far field forming a well-developed turbulent plume, dominate the dynamic behavior of a buoyancy-induced turbulent fire. A scale-free structure related to fractality appears in weighted networks between vortices, while its lifetime follows a clear power law, indicating intermittent appearances, disappearances, and reappearances of the scale-free nature. A significant decrease in the distance between the two fire sources gives rise to a synchronized state in the near field. The synchronized state vanishes in the far field, regardless of the distance between the two fire sources.

Key Words : Chaos, Scale-free nature, Synchronization, Buoyancy-induced turbulent fire, Large-eddy simulation

1. 緒言

データ圧縮や伝達を取り扱う情報理論は、統計力学や確率論への重要な寄与とともに発展し、情報理論の中心的概念であるシャノンエントロピーはボルツマンの統計熱力学のエントロピーとの関わりやエルゴート理論まで拡張された。そして、近年の記号力学や複雑ネットワークの著しい体系化に伴い、「乱雑さ」もしくは「予測不能性」の目安であるエントロピーには様々なものが提案されている。例えば、力学系の相空間を分割し、軌道を記号列に割り当てることで得られる位相的エントロピーの考え方をもとに、軌道上の点成分のランクオーダーパターンに着目した順列エントロピー[1]が提案されている。また、可視グラフの枝と頂点で構成されるネットワーク構造の次数分布に着目したネットワークエントロピー[2]が提案されている。これら

のエントロピーは離散/連続時間力学系から生成される解構造の変化を捉えることが可能である[1-3]。この点に着目して、著者らの研究グループは、液膜流のダイナミックスを記述する noisy generalized Kuramoto-Sivashinsky 方程式解の時空構造[4]、多孔質媒体内に形成される二重拡散対流[5]、光化学反応による液体の自励振動[6]、輻射熱損失の影響を受けた拡散火災[7,8]、旋回流を伴う予混合火災[9]の不安定挙動など、様々な反応系熱流体を対象に、その非線形ダイナミックスを理論的・実験的に明らかにしてきた。さらに、ガスタービンモデル燃焼器内で発生する燃焼振動や吹き消えを検知・回避するための新しい研究手法の開発を目指した実験的研究も進めてきた[10-15]。例えば、振幅情報を考慮に入れた順列エントロピーが吹き消えの検知器として有用であることや、可視グラフネットワークのモチーフと主成分分析を組み合わせることで燃焼振動の予兆を捉えることが可能であることを報告している[14,15]。

本稿では、Large-eddy simulation [16-18]によって得られた

* Corresponding author. E-mail: gotoda@rs.tus.ac.jp

乱流火災の速度場の時空構造を記号力学と複雑ネットワークの視点から明らかにしたものを紹介する。また、非線形散逸現象を動力学モデルに縮約し、その解構造の同期の解明も著しく進んでいる。そこで、本研究では、決定論的力学系におけるカオス同期との関わりに着目し、乱流火災の同期状態の一端[18]を明らかにしたものを紹介する。

2. 統計力学的複雑さ、複雑ネットワーク、力学系理論に基づく解析手法

2.1. 順列エントロピー

記号力学に基づいて波形の乱雑さを定量化する方法として、位相空間内に分布する点成分のランクオーダーパターンに着目した順列エントロピーが Bandt & Pompe [1]によって提案されている。本研究では、乱流火災の速度変動の乱雑さを定量化するため、順列エントロピーを見積もる。まず、鉛直方向の速度変動 $\{w(t_i)|i=1, 2, \dots, N\}$ を D 次元位相空間 [19]に埋め込む。時刻 t_i における D 次元位相空間内の位置ベクトルを $\mathbf{w} = (w(t_i), w(t_i+\tau), \dots, w(t_i+(D-1)\tau))$ とする。ただし、 τ を位相空間の埋め込みの遅れ時間とする。 $\mathbf{w}$ の成分のランクオーダーパターンを順列 π_j とし、 π_j の存在確率 $p(\pi_j)$ をシャノンエントロピーに適用することで、順列エントロピーが算出される。本研究では、完全ランダム過程に対応する順列エントロピー ($= \log_2 D!$) で無次元化した順列エントロピー H_p を用いる。

$$H_p[\mathbf{P}] = \frac{-\sum_{j=1}^{D!} p(\pi_j) \log_2 p(\pi_j)}{\log_2 D!}$$

ただし、 $\mathbf{P} = \{p(\pi_j)|j=1, 2, \dots, D!\}$ を順列パターンの確率分布、 $0 \leq H_p \leq 1$ とする。 H_p が増加するにつれて乱雑さが増加する。

2.2. Multiscale complexity-entropy causality plane

物理学では、理想気体と完全結晶の状態を用いてダイナミックスの「乱雑さ」を定義する考え方がある。ここでは、理想気体と完全結晶の状態を情報量と非平衡さの視点から取り扱う。情報量の視点から考えてみると、完全結晶の分子は対称的に配列されており、その構造を記述する情報量は最小である。他方、理想気体の分子は完全に非秩序的に散らばっており、情報量は最大である。非平衡さの視点から考えてみると、完全結晶の分子は配列のパターンに偏りがあり、非平衡さは最大である。他方、理想気体の分子は均一に配列されているため、その配列のパターンには偏りは存在せず、非平衡さは最小である。つまり、複雑さは、情報量と非平衡さの両方を考慮する必要がある。シャノンエントロピーの定義から、情報量を乱雑さに置き換えることが可能であり、複雑さは「乱雑さ×非平衡さ」として定義できる。本研究では、乱雑さに順列エントロピーを用い、非平衡さには Jensen-Shannon divergence を用いる。このとき

の複雑さは Jensen-Shannon statistical complexity [20] と呼ばれ、次式で表される。

$$C_{JS}[\mathbf{P}] = Q_{JS}[\mathbf{P}, \mathbf{P}_e] H_p[\mathbf{P}]$$

$$Q_{JS}[\mathbf{P}, \mathbf{P}_e] = \frac{\log_2 D!}{Q_{JS, \max}} \{H_p[(\mathbf{P} + \mathbf{P}_e)/2] - H_p[\mathbf{P}]/2 - H_p[\mathbf{P}_e]/2\}$$

$$Q_{JS, \max} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{D!+1}{D!} \log_2 (D!+1) - 2 \log_2 (2D!) + \log_2 D! \right\}$$

ただし、 $Q_{JS, \max}$ を Q_{JS} の最大値とし、 Q_{JS} を順列パターンの確率分布 $\mathbf{P}$ とランダム過程に対応する等確率分布 $\mathbf{P}_e$ との差として見積もる。 H_p と C_{JS} から成る二次元平面を complexity-entropy causality plane (CECP) と呼ぶ[20]。位相空間の τ を変化させることにより、様々な時間スケールにおける乱雑さを評価することが可能となり、CECP 内に軌道が描かれる[21]。このような時間軸のマルチスケール性を考慮に入れた解析は、最近の非線形科学分野で注目されている。CECP で放物型の軌道が描かれた場合、ダイナミックスは決定論的カオスである。他方、CECP で放物型の軌道が描かれず、軌道が $(H_p, C_{JS}) = (1, 0)$ に向かって右下がりになるとき、ダイナミックスは確率過程に支配されている。

2.3. 乱流ネットワーク

乱流ネットワークは、乱流場に形成される渦同士の相互作用を複雑ネットワークの視点から取り扱ったものであり、2次元等方性乱流を対象に Taira et al. [22]によって提案された。本研究では、火源中心軸上 ($y=0$ m) [17,18]における xz 平面の渦度場に乱流ネットワークを適用し、乱流火災のダイナミックスの特徴を調べる。この方法では、ネットワークの頂点を計算領域内の各計算格子とし、任意の頂点間に重みを持った枝を形成させる。そのため、構築するネットワークは、任意の流体要素が他のすべての流体要素と枝を持ち、次式で定義される隣接行列 $\mathbf{A}$ で表現される重み付

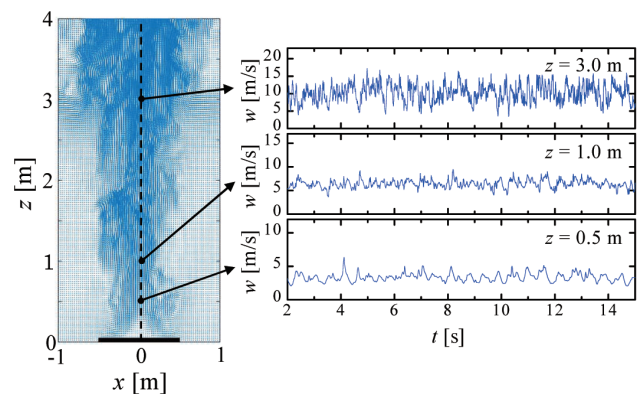


Fig. 1 Instantaneous flow velocity field on the xz plane and the extracted temporal evolution of the centerline streamwise velocity w as a function of height z [17].

き完全グラフとなる.

$$A_{ij} = \begin{cases} E_{ij} & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$$

ただし, E_{ij} を頂点 i, j 間の枝の重みとし, それぞれの方向の誘起速度 U_{ij} の平均値として次式で定義される.

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(U_{ij} + U_{ji})$$

$$U_{ij} = \frac{|\Gamma_i|}{2\pi|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|} = \frac{|\omega(\mathbf{x}_i)\Delta x\Delta z|}{2\pi|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|}$$

ただし, $\omega(\mathbf{x}_i)$ を渦度, Γ_i を循環, $\mathbf{x}_i$ を頂点 i の位置ベクトル, $\Delta x, \Delta z$ を x, z 方向の計算格子のサイズとする. E_{ij} の値は頂点間のユークリッド距離と渦度の関数であり, 頂点 i, j 間の距離 $|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$ が大きいほど, E_{ij} の値は小さなる. 渦度が大きいほど, E_{ij} の値は大きくなる. ネットワーク構造を定量化するために, 次式で定義される強度 s_i を見積もる. 大きな循環を持つ頂点の s_i は高くなり, 小さい循環を持つ頂点の s_i は低くなる. 強度の空間分布は渦度場だけでは抽出することが困難な Primary hubs と Secondary hubs の存在を区別することが可能である[22].

$$s_i = \sum_j A_{ij}$$

2.4. Cross Recurrence plots

位相空間に埋め込まれた Cross Recurrence Plots (CRPs) は, 2 つの時系列の非線形相関を定量化する手法[23,24]であり, その有用性が報告されている[25-27]. 本研究では, 乱流火災の鉛直方向速度の 2 次空間モーメントの変動成分 W に CRPs を適用し, 2 つの乱流火災同士の位相空間内の挙動の類似性を調べる. ただし, $W = \langle |w(x) - \langle w(x) \rangle|^2 \rangle$, $\langle \cdot \rangle$ を x 方向の平均とする. まず, 火源 1 と 2 のそれぞれの鉛直方向の 2 次空間モーメントの変動成分 W_1 と W_2 を同一の位相空間に埋め込む. そして, それぞれの位相空間内の位置ベクトル $\mathbf{W}_1 = (W_1'(t_i), W_1'(t_i + \tau), \dots, W_1'(t_i + (D-1)\tau))$ と $\mathbf{W}_2 = (W_2'(t_j), W_2'(t_j + \tau), \dots, W_2'(t_j + (D-1)\tau))$ 間の距離が閾値 ε より小さいとき, $CR_{ij} = 1$, ε より大きいとき $CR_{ij} = 0$ とする. $i \times j$ 成分から成る $\mathbf{CR}$ を 2 次元平面上にプロットしたものが CRPs である.

$$CR_{ij} = \Theta(\varepsilon - \|\mathbf{W}_1(t_i) - \mathbf{W}_2(t_j)\|)$$

ただし, Θ をヘビサイド関数する. リカレンスプロット[23]と同様, $\mathbf{CR}$ は 2 値行列であるが, 対称性はなく $CR_{ij} = 1$ になるとは限らない. 類似性が強い系同士から構築したリカレンス構造は長い斜線構造を有する. この斜線構造を定量化するために, リカレンス定量化解析 (Recurrence quantification analysis: RQA) [23]を適用する. CRPs の主対角線に平行な斜線ごとで RQA の特性量を算出する. 本研

究では, RQA の特性量として, 次式で定義される回帰点密度 RR および平均斜線長さ L_{mean} を見積もる.

$$RR(\tau') = \frac{1}{N - |\tau'|} \sum_{l=1}^{N-|\tau'|} l P_{\tau'}(l)$$

$$L_{\text{mean}}(\tau') = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^{N-|\tau'|} l P_{\tau'}(l)}{\sum_{l=l_{\min}}^{N-|\tau'|} P_{\tau'}(l)}$$

ただし, N を位相空間内の位置ベクトルの総点数, τ' を斜線間の水平距離 (もしくは垂直距離), l を斜線長さ, $P_{\tau'}(l)$ を斜線の度数分布, $l_{\min}$ を最小斜線長さとする. RR は 2 つの系が類似した状態に回帰する頻度を表し, RR の値が高くなることは互いの系が高頻度で類似した状態に回帰していることを意味する. 他方, L_{mean} は 2 つの系の類似した状態の持続時間を表し, L_{mean} の値が高くなることは互いの系の類似した状態がより長期間生じていることを意味する. リカレンスプロットと同様, CRPs は多くのパラメータを含むため, パラメータの値によって解析結果が大きく変わる. そこで, 本研究では, $\Sigma RR(N - \tau')/N^2 = 0.05$ を満たす ε を距離の閾値とし, 最小斜線長さには $l_{\min} = 10$ とする.

3. 乱流火災の時空構造の複雑さと同期

3.1. 乱流火災の基本的な挙動

時刻 $t = 10$ s のときの $y = 0$ m における速度場の xz 平面および火源中心軸上の鉛直方向速度 w の時間変化を図 1 に示す. 周囲空気と燃焼生成物の界面で生じるせん断層不安定により, $z = 0.3$ m 付近で環状渦が生成され始める. この領域は火源近傍の連続火災領域[28]に対応する. $z = 0.5$ m 付近では, くびれ部が顕著に現れる. 上流領域で発生した環状渦は浮力によって下流に運ばれ, $z = 1.0$ m 付近の間欠火災領域[28]において, その挙動の不規則性が増す. 下流領域では, より小スケールの渦構造が支配的になり, 十分発達した乱流場が形成される. また z の増加に伴って w の非周期的な変動が顕著になる. 異なる高さ z における位相空間内の軌道の変化を図 2 に示す. ただし, 相互情報量 $I(\tau)$ が $1/e$ となるときの τ を位相空間の埋め込みの遅れ時間とする[30]. ただし, $I(\tau) > 1/e$ の場合, 相互情報量が最初に極小値を取るときの τ を埋め込みの遅れ時間とする. $z = 0.5$ m における位相空間の軌道を大域的にみると, ストレージアトラクターが形成されている. しかしながら, 図 3 で示されるように, 特定の時間範囲の軌道に着目すると, リミットサイクル的な軌道が形成されている. 図 3(a) と (d) は w の時間変化の極小値, (c) は極大値に対応する. w の時間変化の極値は環状渦の影響を強く受けることが報告されている[29]. 環状渦が浮力によって下流に運ばれるのに伴い, w の値は増加し, $z = 0.6 \sim 0.8$ m 付近に環状渦が到達すると, w は極大値をとる. その後, 次の環状渦が生成されるまで w は減少する. 位相空間内の軌道に着目すると,

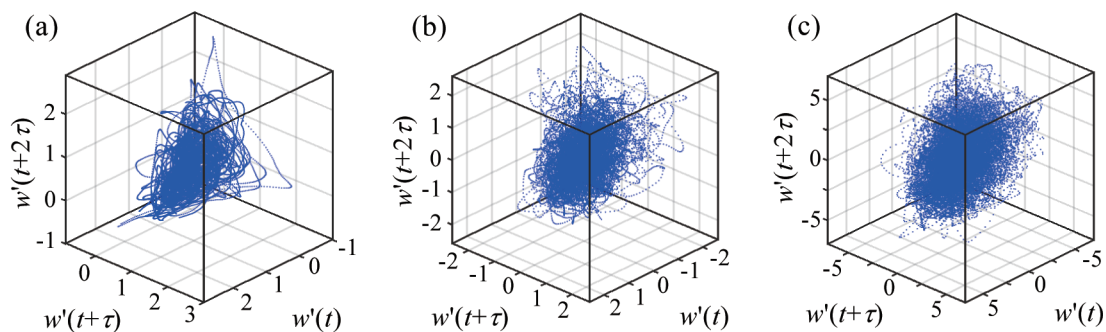


Fig. 2 Temporal evolution of trajectory in the phase space constructed from flow velocity fluctuations w' for different z . (a) $z = 0.5$ m, (b) $z = 1.0$ m, and (c) $z = 3.0$ m. Here, τ is set to be the delay time that reduces mutual information to e^{-1} .

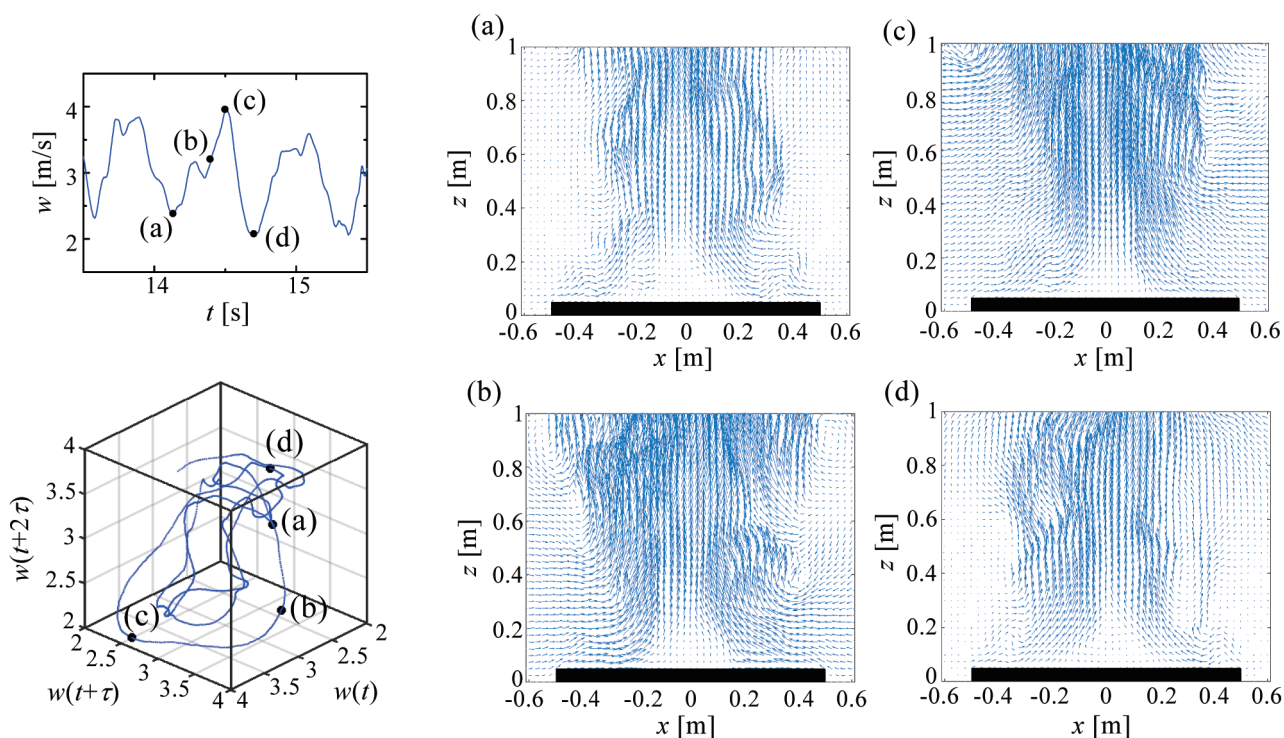


Fig. 3 Temporal evolution of trajectory in the phase space constructed from w at $z = 0.5$ m and the extracted instantaneous flow velocity field. (a) $t = 14.139$ s, (b) $t = 14.400$ s, (c) $t = 14.505$ s, and (d) $t = 14.708$ s.

w の増加に伴い、その軌道は円を描きながら時計回りに進む。極小値に対応する (a) と (d) の位置はおおよそ一致しており、リミットサイクル的な軌道の形成には環状渦が起因していると思われる。本研究では、 $z = 0.5$ m における鉛直方向の速度変動の周波数スペクトルも計算しており、1.7 Hz 程度の卓越周波数が観察されている。この値は、従来の研究[31]で提案された経験式から算出される卓越周波数と Xin et al. の結果[29]とほぼ一致している。卓越した周波数成分の周期は、リミットサイクルの周期 (~ 14.708 s - 14.139 s) とほぼ一致しており、上流領域で生成される環状渦がリミットサイクル的な軌道の生成に起因していると考えられる。他方、図 2 の $z = 3.0$ m では、 $z = 0.5$ m で現れていた軌道が生じにくくなっており、十分発達した場が形成される下流領域では、速度変動のダイナミクスは高次

元性の複雑さを有している。

3.2. 乱流火災の複雑さ

図 4 に鉛直方向の速度変動 w' の順列エントロピー H_p と二乗平均平方根 w'_{rms} の空間分布を示す。不安定な環状渦の挙動が支配的な上流領域の H_p よりも、十分発達した乱流場が形成される下流領域の H_p の方が高い。 w'_{rms} についても同様の傾向が得られており、下流領域における速度変動の乱雑さは著しく増加する。 z を変化させたときの H_p とネットワークエントロピー H_n の変化を図 5 に示す。ただし、 H_n は水平可視グラフの次数分布から算出したものとする[4, 8, 17]。周囲大気と燃焼生成物の界面で環状渦が生成され始める $z = 0.3$ m 付近で H_p は約 0.31 であり、十分発達した乱流火災が形成される下流領域で H_p は約 0.77 まで増

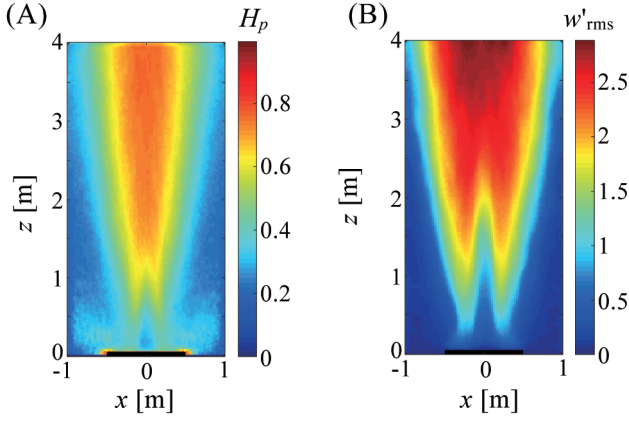


Fig. 4 Spatial distribution of (A) the permutation entropy H_p and (B) the root mean square of w'_{rms} for the temporal evolution of streamwise velocity fluctuations w' on the xz plane during a turbulent fire [17].

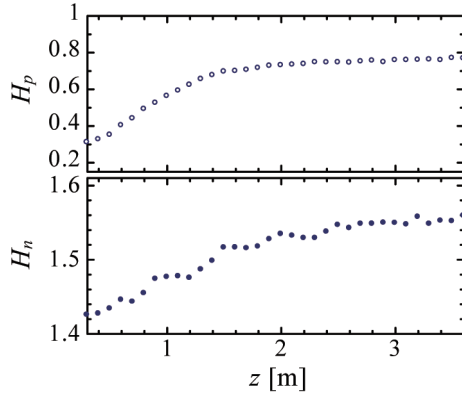


Fig. 5 Variations in the permutation entropy H_p and network entropy H_n along the centerline of the fire source as a function of height z [17].

加する. 同様の傾向が H_n についても観察されており, 速度変動のネットワーク構造の乱雑さも下流領域で増加する. これらの結果から, 順列エントロピーとネットワークエントロピーは, 乱流火災の乱雑さを定量化するための重要な特性量であるといえる.

図 6 に高さ z および遅れ時間 τ を変化させたときの H_p および Jensen-Shannon statistical complexity C_{JS} の変化を示す. $z = 0.5$ m では, τ の増加に伴い, H_p は増加しほぼ一定の値をとる. 他方, C_{JS} に着目すると, $\tau = 19$ ms で C_{JS} は極大値をとる. τ をさらに増加させると, C_{JS} は減少しほぼ一定の値となる. $z = 1.0$ m では, τ の変化に対して H_p は急激に増加し, C_{JS} の極大値が現れる τ の値も小さくなる. $z = 3.0$ m では, この傾向がより顕著となり, 十分発達した乱流火災の速度変動のダイナミクスはより複雑になる. $z = 0.5, 1.0$ および 3.0 m における w' の CECF を図 7 に示す. $z = 0.5$ m では, τ の変化に対する CECF の軌跡は放物線状であり, H_p - C_{JS} 平面上を左側から右側へ移動する. この結果はローレンツカオスの場合とほぼ対応しており[21], $z = 0.5$ m における乱流火災のダイナミクスは低次元カオス

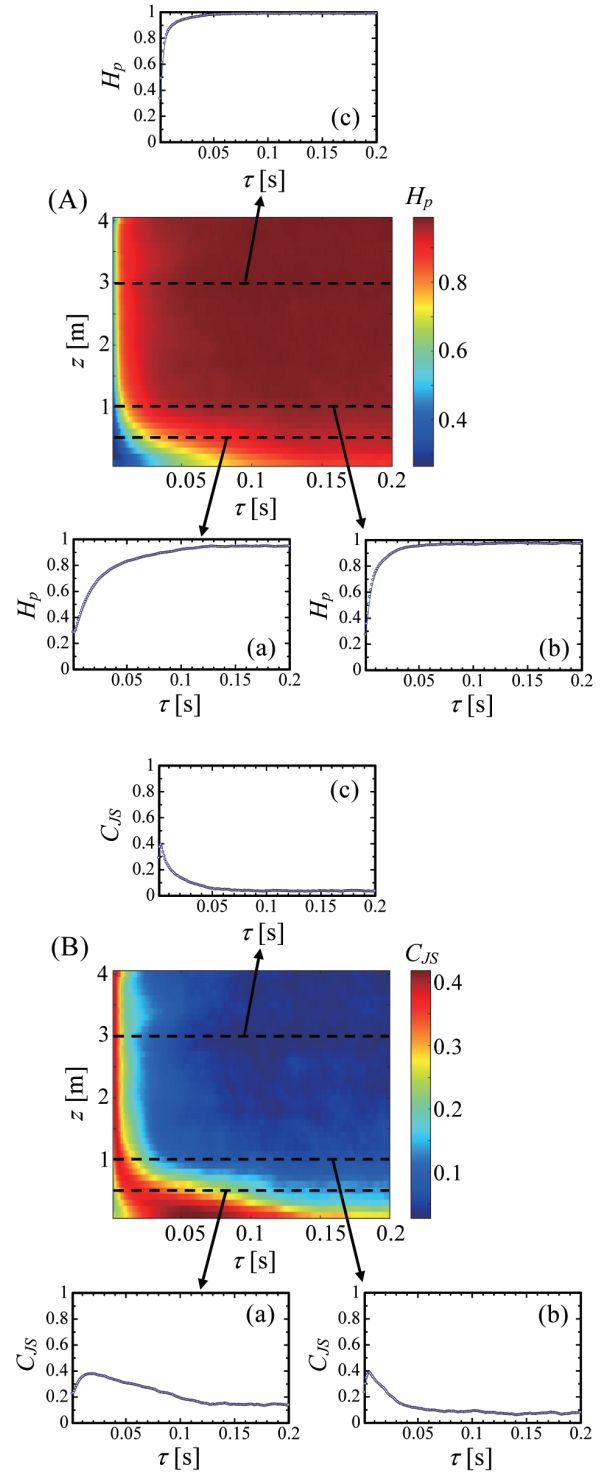


Fig. 6 Variations in (A) the permutation entropy H_p and (B) the Jensen-Shannon statistical complexity of C_{JS} of streamwise velocity fluctuations w' in terms of the delay time τ and height z [17]. (a) $z = 0.5$ m, (b) $z = 1.0$ m, and (c) $z = 3.0$ m.

であると言える. $z = 1.0$ m では, CECF の形状は大きく変化しないが, 軌道の右端が $(H_p, C_{JS}) = (1, 0)$ に近づいている. $z = 3.0$ m では, この傾向がより顕著となり, CECF の分布は高次元カオスの存在を十分示唆する. 本研究では, 大域的な速度場のダイナミクスにも着目しており, 2次元空間

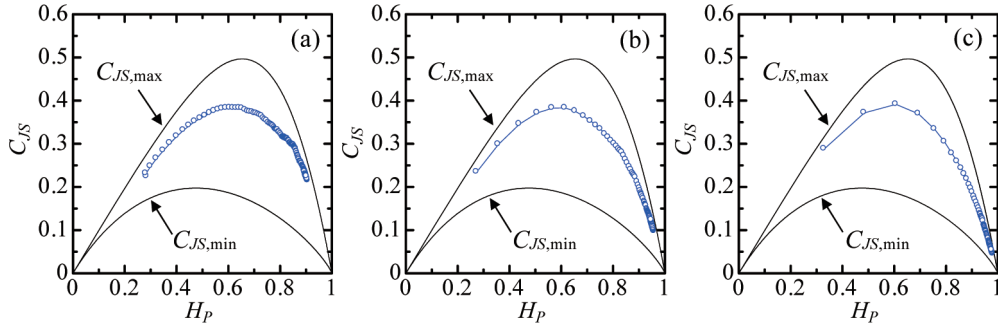


Fig. 7 Complexity-entropy causality plane of streamwise velocity fluctuations w' at different height z [17].
(a) $z = 0.5$ m, (b) $z = 1.0$ m, and (c) $z = 3.0$ m.

モーメントの変動成分 W' の CECP についても同様の傾向が得られている[17]. これらの結果から, 乱流火災の上流領域の速度変動は低次元カオス, 下流領域では高次元カオスが形成されると考えられる. 高次元カオスとは, 多自由度のシステム (高次元系) から生成されるカオスであり, 一般的な多くのシステムは内部の微視的な多自由度から構成されている. 異なった自由度間のカップリングが集団的な振る舞いを導き, 系が低次元的な振る舞いとなる[32]. この考え方に基くと, 乱流火災の上流領域では, 異なった自由度の集団的な振る舞いにより低次元的となり, 下流へ遷移するに伴い, その自由度間のカップリングが失われ, 下流領域で全体の挙動が高次元的になると解釈できる. 下流領域ではエネルギーカスケードにより様々なスケールの渦が存在するようになり, 多重スケールの存在が系の自由度を上げている. 本研究では, マルチスケール性を考慮に入れた CECP を導入するにあたり, 時間分解能を十分高くしているが, より慎重な議論も必要である. Zunino et al. [21] によると, C_{JS} が極大値を取る際の遅れ時間 $\tau_{C,max}$ は, カオス力学系の非線形相関に関する情報をすべて捉えるのに必要な時間分解能を表している. 図 8 に w' , W' の $\tau_{C,max}$ と z の関係を示す. w' の $\tau_{C,max}$ に着目すると, $\tau_{C,max}$ は $z = 1.0$ m 付近で急激に減少し, ほぼ一定になる ($\tau_{C,max} = 3$ ms). 浮

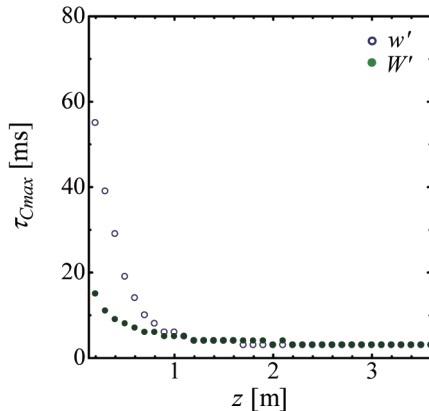


Fig. 8 Variations in the delay time $\tau_{C,max}$ for streamwise velocity fluctuations w' and second-order moment W' as a function of height z [17].

力によって誘起された渦のスケールは下流領域で小さくなり, 小スケール渦構造のダイナミクスが支配的になる. 小スケールの渦は消滅しやすく, $\tau_{C,max}$ は乱流火災の下流領域で著しく減少すると考えられる.

3.3. 乱流火災のスケールフリー構造

乱流ネットワークを乱流火災の渦度場に適用し, 乱流火災のダイナミクスを複雑ネットワークの視点から明らかにする. ただし, 乱流ネットワークを適用する xz 平面の領域を $-0.95 \text{ m} \leq x \leq 0.95 \text{ m}$, $0.05 \text{ m} \leq z \leq 3.95 \text{ m}$ とする. 図 9 に $t = 17.385 \text{ s}$ のときの渦度場 ω と対応する強度 s の空間分

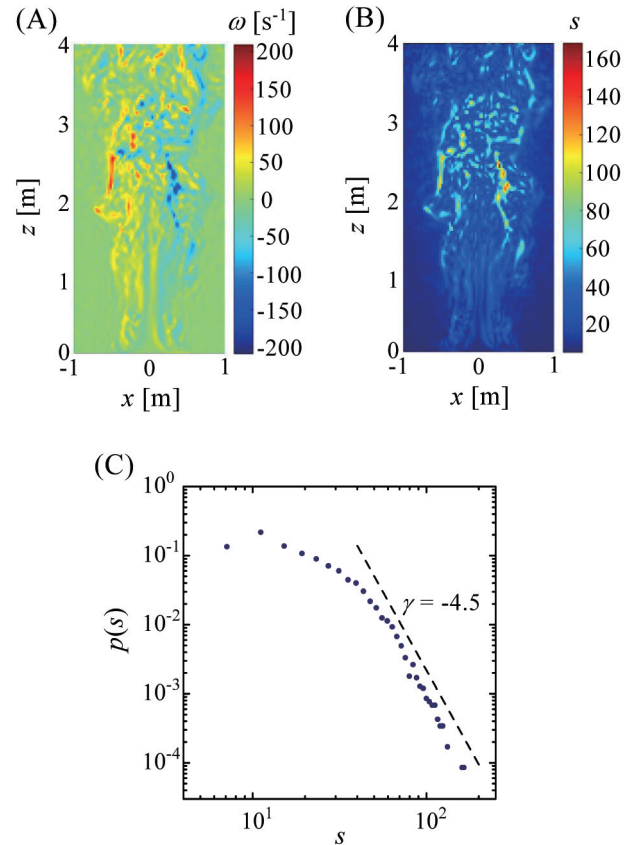


Fig. 9 (A) Instantaneous vorticity field and (B) the corresponding spatial distribution of the vertex strength s , and (C) probability density function of the vertex strength s in networks $p(s)$ [18].

布を示す。強度の空間分布に着目すると、連続火災領域、くびれ部および間欠火災領域において s の値はほぼ変化していない。小スケールの渦構造が支配的な下流領域において、 s の高い領域が存在し、 ω の高い領域と一致している。つまり、下流領域において、不規則性の高い小スケールの渦同士の相互作用が強く、ネットワーク構造の中核となるハブが形成されている。Taira et al. [22]と同様、渦度場だけでは見分けることが困難な primary hubs と secondary hubs を強度の空間分布から区別することができる。また、強度の確率密度関数 $p(s)$ に着目すると、明瞭なべき乗則が現れている。このことから、乱流火災の空間的なネットワーク構造には、べき指数 $\gamma = -4.5$ のスケールフリー性が存在し、フラクタルとの関連性が示唆される。しかしながら、図9は瞬時の渦度場に対する結果であり、時間経過に伴ってネットワーク構造は変化すると考えられる。乱流火災のネットワーク構造の時間的な性質を見積もるため、強度分布と γ から決定係数 R^2 を算出する。図10に R^2 の時間変化および R^2 の確率密度関数 $p(R^2)$ を示す。 R^2 は時間とともに変化しており、強度分布の形状も変化していると考えられる。 $p(R^2)$ は $R^2 = 0.94$ 付近で最大となり、ガウス分布のような形状を有している。 $R^2 \geq 0.94$ を満たす強度分布においてべき乗則が顕著に存在する。本研究では、 $R^2 \geq 0.95$ のとき、ネットワーク構造にスケールフリー性が存在すると定義する。この定義に基づくと、スケールフリー性を有するネットワーク構造は約 21 % 存在する。つまり、乱流火災において、スケールフリー性を有するネットワーク構造が常に形成されるとは限らない。そこで、本研究では、スケールフリー性が維持される時間を寿命時間 τ_d と定義し、 τ_d の確率密度関数 $p(\tau_d)$ を図11に示す。 $p(\tau_d)$ においても $\gamma = -3.2$ のべき乗則が存在する。このとき、 τ_d の最大値は 16 ms であり、 τ_d の平均値は 1.8 ms である。スケールフリー性を持つネットワークの性質は不規則な渦挙動に対しては屈強であるが、ハブに対する大きな影響に対しては敏感であることが示唆される。スケールフリー性の出現、消失および再出現[18]は、本研究を通じて世界的に初めて明らかにされた乱流ネットワークの重要な性質である。ハブがスケールフリー性を示すようなネットワーク構造に配置されたときにスケールフリー構造は最構成される。ハブは十分発達した乱流場に形成されるため、不規則な変動を受けやすい。このことがスケールフリー構造が間欠的に存在することに起因していると考えられる。

3.4. 乱流火災の同期

図12で示されるように、本研究では、火源1と火源2間の無次元火源間距離 $L^* (= L/d_f)$ を変化させ、2つの乱流火災間の相互作用を明らかにする。ここで、 L^{*-1} は物理的には2つの火源の結合強さに対応する。鉛直方向速度の2次元空間モーメント W を適用する x 方向の範囲を火源サイズ $d_f = 1$ m とする。 $L^* = 0.1, 0.8$ のときの $z = 0.5, 3.0$ m における火源1と2の W の時間変化を図13に示す。 $L^* = 0.1$

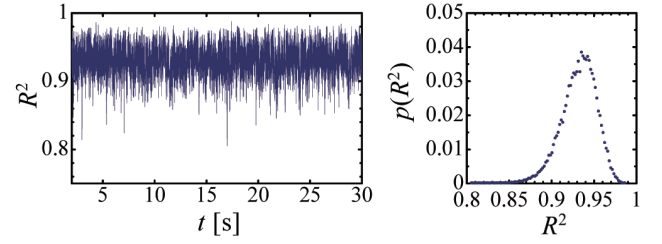


Fig. 10 Time variations in the coefficient of determinism R^2 and probability density function $p(R^2)$.

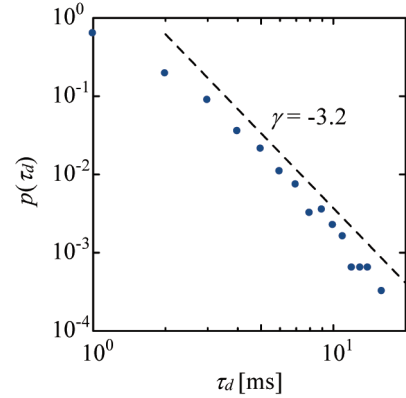


Fig. 11 Probability density function of the lifetime $p(\tau_d)$ of the scale-free structure when $R^2 \geq 0.95$ [18].

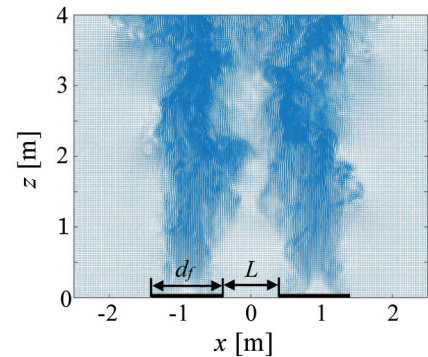


Fig. 12 Instantaneous flow velocity field on the xz plane at the normalized distance between the two turbulent sources $L^* = 0.8$ [18].

に着目すると、 $z = 0.5$ m では、完全同期は生じていない。しかしながら、局所的に類似した挙動がみられる。 $z = 3.0$ m では、 W_1 と W_2 の相関は弱くなっている。 $L^* = 0.8$ に着目すると、 $z = 0.5$ m においても両者の相関は弱いと思われる。層流場に形成されるフリッカリング火災の研究[33-36]では、同相モードと逆相モードの存在が明らかにされている。乱流火災は自由度が高い時空構造を有する系であるため、低次元力学系で分類される完全同期、位相同期および一般化同期に分類することは難しいと考えられる。そこで、本研究では、火災間の相互作用を情報理論と力学系理論の視点から調べる。

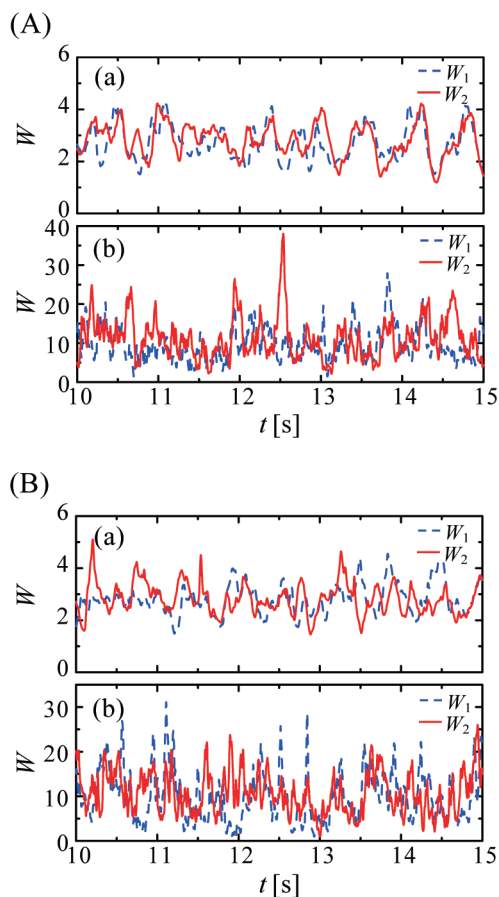


Fig. 13 Temporal evolutions of W_1 and W_2 at different L^* and z . (A) $L^* = 0.1$, (B) $L^* = 0.8$, (a) $z = 0.5$ m, (b) $z = 3.0$ m.

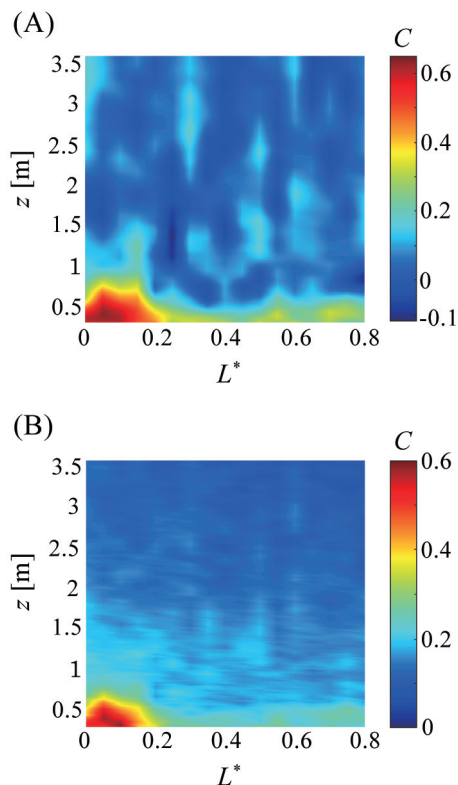


Fig. 14 Variations in (A) the correlation coefficient C and (B) mutual information I as functions of L^* and z [18].

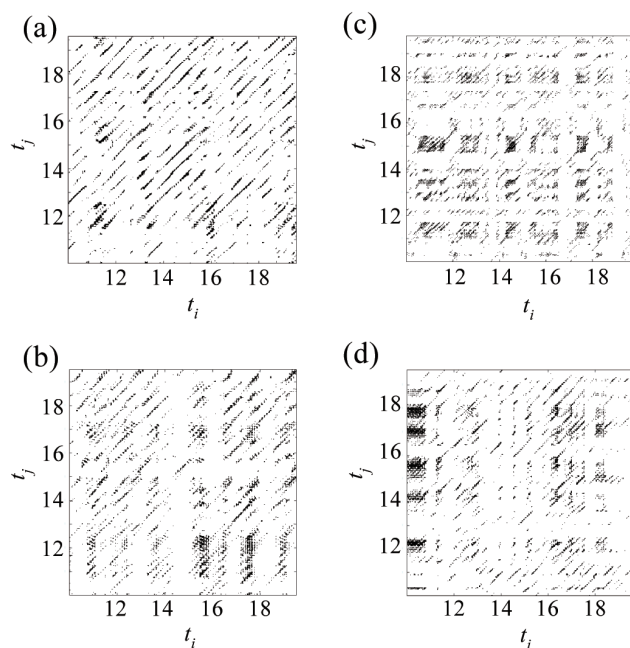


Fig. 15 Cross recurrence plots for different L^* and z . (a) $L^* = 0.1$, $z = 0.5$ m, (b) $L^* = 0.1$, $z = 1.0$ m, (c) $L^* = 0.1$, $z = 3.0$ m, (d) $L^* = 0.8$, $z = 0.5$ m [18].

z と L^* を変化させたときの二次空間モーメントの変動成分 W の相関係数 C および相互情報量 I の変化を図 14 に示す。なお、 W は w の符号の変化に対して鋭敏ではないため、本研究の解析では、同相 ($w_1(t) = w_2(t)$) と逆相 ($w_1(t) = -w_2(t)$) がともに同じ同期状態として推定される。2 つの乱流火災を十分近づけた場合 ($0 \leq L^* \leq 0.15$)、乱流火災の上流領域で C と I の値はともに高く、線形相関および因果の存在が示される。十分発達した乱流火災が形成される下流領域では、 C と I の値は著しく減少している。2 つの乱流火災が互いに離れている場合 ($0.15 < L^*$)、上流領域では $0 \leq L^* \leq 0.15$ のときよりも C と I の値は減少するが、下流領域では、それらの値はほぼ変化しない。不安定な環状渦が生成される上流領域では、乱流火災間の相互作用は強くなる。他方、小スケールの渦構造が支配的な下流領域では、速度変動のダイナミクスがより乱雑になるため、同期は生じにくくなる。3.2 節の知見に基づくと、低次元カオスが形成される乱流火災の上流領域では、 L^* が十分小さいときに乱流火災間の相互作用は高く、高次元カオスが形成される下流領域では、乱流火災間の相互作用は L^* の値に関わらずほぼ変化しないといえる。図 15 に異なる z および L^* におけるクロスリカレンスプロット CRPs を示す。 $L^* = 0.1$ に着目すると、 $z = 0.5$ m における CRPs には、対角線に平行な長い斜線が存在する。この斜線間の垂直距離はそれぞれの W の周期に対応する。つまり、火源近傍で生成される環状渦同士の結合によって、斜線構造が形成されると考えられる。 $z = 0.5$ m において形成されていた斜線構造は z のさらなる増加に伴って途切れ始め、 $z = 3.0$ m では、CRPs に格子縞が現れる。 $L^* = 0.8$ に着目すると(図 15 (d))、上流領域に対

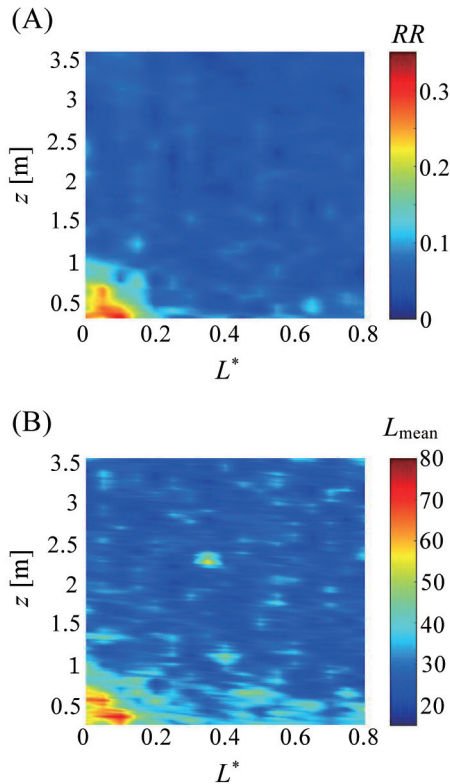


Fig. 16 Variations in (A) the determinism RR and (B) the mean diagonal line length L_{mean} as functions of L^* and z [18].

応する図 15 (a) とは異なり, 長い斜線構造は存在せず, 格子縞が現れている. z および L^* を変化させたときの回帰点密度 RR および平均斜線長さ L_{mean} の変化を図 16 に示す. これらの結果は図 14 と類似した傾向を示している. 乱流火災同士を近づけた場合, 上流領域の RR の値は増加している. つまり, 同時刻においてそれぞれの乱流火災は類似した状態に回帰している. L_{mean} に着目すると, CRPs に長い斜線構造が形成されており, 類似した状態がより長時間維持されている. つまり, 2 つの乱流火災の上流領域において, それぞれの位相空間内の状態の類似性は高い. これらの結果より, 2 つの乱流火災を十分近づけた場合, 乱流火災が発達し始める上流領域において, カオス同期が生じていると考えられる. また, RR は $\tau=0$ 付近で最大となる. そのため, 乱流火災の上流領域では, 時間遅れのない同期状態が形成されている. 本研究では, 上流領域のカオス同期が火災の「乱流同期」の一形態として提案するが, より詳細な検討を加えていく必要はある. また, 伊藤ら[37]はプール火災を円形に並べた集合火災を取り扱っており, 蔵本モデル[38]の秩序変数を用いて火災の集団同期を明らかにするのは興味深い.

4. まとめ

本稿では, 単一の乱流火災の速度場の時空構造を記号力学および複雑ネットワーク理論の視点から調べた. また,

2 つの乱流火災間の相互作用を情報理論および力学系理論の視点から調べた.

乱流火災の下流領域は上流領域よりも乱雑さが高く, 乱流火災が発達し始める上流領域では低次元カオス, 十分発達した乱流場が形成される下流領域では高次元カオスが生成される. 乱流ネットワークにはスケールフリー性が間欠的に存在し, その寿命時間にもべき乗則が存在する. 統計力学的複雑さに基づいた Multiscale complexity-entropy causality plane とクロスリカレンスプロットの結果に基づくと, 乱流火災の上流領域でカオス同期が生じる. また, 十分発達した乱流火災が形成される下流領域では, 火源間距離によらず, 非同期である.

謝辞

本研究の一部は, 平成 28 年度 科研費基盤研究 (B) による研究助成によって実施された. ここに深く感謝の意を表す.

References

1. C. Bandt and B. Pompe, *Physical Review Letters* 88, 174102 (2002).
2. B. Luque, L. Lacasa, F. Ballesteros, and J. Luque, *Physical Review E* 80, 046103 (2009).
3. 高木一至, 後藤田浩, 電子情報通信学会技術研究報告 (2016).
4. H. Gotoda, M. Pradas, and S. Kalliadasis, *Physical Review Fluids* 2, 124401 (2017).
5. S. Kondo, H. Gotoda, T. Miyano, and I. T. Tokuda, *Physica D* 364, 1 (2018).
6. K. Hayashi, H. Gotoda, and P. L. Gentili, *Chaos* 26, 053102 (2016).
7. H. Gotoda, K. Ikegami, K. Ikeda, and T. Miyano, *Combustion Theory and Modelling* 14, 479 (2010).
8. H. Kinugawa, K. Ueda, and H. Gotoda, *Chaos* 26, 033104 (2016).
9. H. Gotoda, H. Kobayashi, and K. Hayashi, *Physical Review E* 95, 022201 (2017).
10. H. Gotoda, Y. Shinoda, M. Kobayashi, and S. Tachibana, *Physical Review E* 89, 022910 (2014).
11. S. Domen, H. Gotoda, T. Kuriyama, Y. Okuno, and S. Tachibana, *Proceedings of the Combustion Institute* 35, 3245 (2015).
12. H. Gotoda, H. Kinugawa, R. Tsujimoto, S. Domen, and Y. Okuno, *Physical Review Applied* 7, 044027 (2017).
13. H. Kobayashi, H. Gotoda, S. Tachibana, and S. Yoshida, *Journal of Applied Physics* 122, 224904 (2017).
14. S. Murayama, K. Kaku, M. Funatsu, and H. Gotoda, *38th International Symposium on Combustion Institute*, oral

- presentation, accepted (2018).
15. S. Murayama, H. Kinuagwa, I. T. Tokuda, and H. Gotoda, *Physical Review E* 97, 022223 (2018).
 16. K. B. McGrattan, Fire dynamics simulator (version 4)-Technical reference guide, *NIST Special Publication Report No.* 1018 (2006).
 17. K. Takagi, H. Gotoda, I. T. Tokuda, and T. Miyano, *Physical Review E* 96, 052223 (2017).
 18. K. Takagi, H. Gotoda, T. Miyano, S. Murayama, and I. T. Tokuda, *Chaos* 28, 045116 (2018).
 19. 後藤田浩, 日本燃焼学会誌 57, 183 (2015).
 20. O. A. Rosso, H. A. Larrondo, M. T. Martin, A. Plastino, and M. A. Fuentes, *Physical Review Letters* 99, 154102 (2007).
 21. L. Zunino, M. C. Soriano, and O. A. Rosso, *Physical Review E* 86, 046210 (2012).
 22. K. Taira, A. G. Nair, and S. L. Brunton, *Journal of Fluid Mechanics* 795, R2 (2016).
 23. N. Marwan and J. Kurths, *Physics Letters A* 302, 299 (2002).
 24. N. Marwan, M. C. Romano, M. Thiel, and J. Kurths, *Physics Report* 438, 237 (2007).
 25. R. Ganapathy, G. Rangarajan, and A. K. Sood, *Physical Review E* 75, 016211 (2007).
 26. N. Bigdeli and K. Afshar, *Physica A* 388, 1577 (2009).
 27. C. A. K. Kwuimy and H. G. E. Kadji, *Physics Letters A* 378, 2142 (2014).
 28. D. Drysdale, *An Introduction to Fire Dynamics* (Wiley, New York, 1994).
 29. Y. Xin, S. A. Filatyev, K. Biswas, J. P. Gore, R. G. Rehm, and H. R. Baum, *Combustion and Flame* 153, 499 (2008).
 30. H. Gotoda, T. Miyano, and I. G. Shepherd, *Physical Review E* 81, 026211 (2010).
 31. B. M. Cetegen and T. A. Ahmed, *Combustion and Flame* 93, 157 (1993).
 32. H. Kantz and T. Schreiber, *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press (2004).
 33. 望月慧介, 松岡常吉, 中村祐二, 日本火災学会論文集 67, 77 (2017).
 34. H. Kitahata, J. Taguchi, M. Nagayama, T. Sakurai, Y. Ikura, A. Osa, Y. Sumino, M. Tanaka, E. Yokoyama, and H. Miike, *Journal of Physical Chemistry A* 113, 8164 (2009).
 35. D. M. Forrester, *Scientific Reports* 5, 16994 (2015).
 36. K. Okamoto, A. Kijima, Y. Umeno, and H. Shima, *Scientific Reports* 6, 36145 (2016).
 37. 伊藤昭彦, 工藤祐嗣, K. Saito, 日本火災学会論文集 54, 9 (2004).
 38. Y. Kuramoto, *Chemical oscillations, waves, and turbulence*, Dover Books and Chemistry (2003).