吸収項付き熱方程式における時間依存高次元
特異集合を持つ解の存在と非存在

高橋仁　(東北大学)

$I \ni 0$ を開区間とし，$\{M_t\}_{t\in I}$ を $\mathbb{R}^n$ のコンパクトな m 次元部分多様体の族とする．$n-m \geq 3$ とし，次の吸収項付き熱方程式における特異解の存在について考察する．

$$u_t - \Delta u = -u^p, \quad u \geq 0, \qquad x \in \mathbb{R}^n \setminus M_t,\ t \in I. \tag{1}$$

ここで (1) の特異解 u とは，次を満たすものを指す．

$$u(x,t) = +\infty, \quad \text{for each } t \in I \text{ as } d(x, M_t) \to 0.$$

Grillot [1] により，定常問題 $-\Delta u = -u^p$ in $\Omega \setminus M_0$ ($\Omega \supset M_0$ はなめらかな有界領域) については $p \geq p_* := (n-m)/(n-m-2)$ のとき特異解が存在せず，$1 < p < p_*$ の場合に2種類の特異解が存在するということが知られている．非定常問題 (1) に関しては $m = 0$ のとき，すなわち特異集合が時間依存して動く点であれば，特異解の存在と非存在の両面ともに [1] と類似した結果を得ることができる [3]．そこで本講演では $m \geq 1$ のときを扱い，楕円型方程式に対する結果 [1] の放物型方程式における類似を与える．

本講演の内容は山本光氏（東京理科大学）との共同研究 [2] に基づく．

参考文献

[1] M. Grillot, J. Math. Pures Appl. (9) 76 (1997), 757–776.
[2] J. Takahashi, H. Yamamoto, arXiv:1712.06065 [math.AP].
[3] J. Takahashi, E. Yanagida, Commun. Contemp. Math. 18 (2016), 1550077, 27 pp.