# 気泡ゴム (rubber foams) に対する数理モデルの可解性

愛木　豊彦 (日本女子大学・理学部), aikit@fc.jwu.ac.jp

本講演は， A. Muntean(Karlstad Univ.), N. H. Kröger(German Institute of Rubber Technology) と小杉千春 (日本女子大) との共同研究に依るものである．以下, 気泡ゴムが水を吸って, 膨張する過程について考察する．議論を簡単にするため, 気泡の一つの孔だけを考察対象とし, それを囲むゴムを 1 次元区間とみなし, 片方の端点を図 1 のように $x = 0$ で固定する．

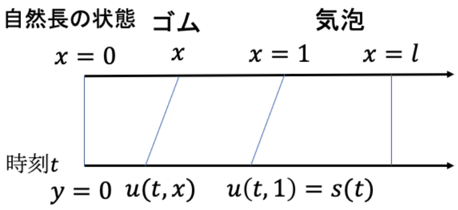


図 1　自然長の状態

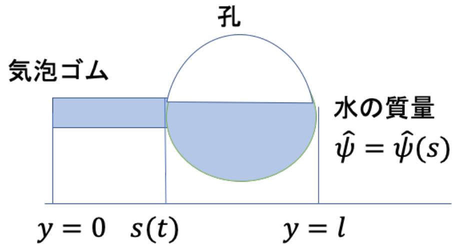


図 2　実際の位置

未知関数は位置を表す $u = u(t, x)$ と圧力を表す $p = p(t, y)$ で支配方程式, 境界条件, 初期条件は下記の通りである．ここで, $x \in [0, 1]$ は自然長状態時での位置, $y \in [0, s(t)]$ は空間における位置, $s(t) = u(t, 1)$ は時刻 $t \in [0, T], T > 0,$ におけるゴムの長さを表している．

$$
\begin{aligned}
& mu_{tt} + \gamma u_{xxxx} - (f(u_x) + \mu u_{xt})_x - \nu(\hat{p})_x = 0 \text{ in } Q(T), \\
& -\gamma u_{xxx}(t,1) + f(u_x)(t,1) + \mu u_{xt}(t,1) + \nu(\hat{p})(t,1) + \varphi(s(t)) = 0, \\
& u(t,0) = 0, u_{xx}(t,0) = u_{xx}(t,1) = 0 \text{ for } t \in [0,T], \\
& u(0,x) = u_0(x), u_t(0,x) = v_0(x) \text{ for } x \in (0,1), \\
& \rho(p)_t + (\hat{v}\rho(p))_y - \kappa p_{yy} = 0 \text{ in } Q(s,T), \\
& \kappa p_y(t,0) = h_0(t), \kappa p_y(t,s(t)) = -s'(t)\psi(s(t)) \text{ for } 0 < t < T, \\
& p(0,y) = p_0(y) \text{ for } y \in (0, s_0).
\end{aligned}
$$

ただし, $Q(T) := (0,T) \times (0,1)$, $Q(s,T) := \{(t,y) : 0 < t < T, 0 < y < s(t)\}$, $m$, $\kappa$, $\mu$, $\gamma$ は正定数, $f$, $\varphi$, $\rho, \psi$ は実関数, $u_0$, $v_0$, $p_0$ は初期関数, $s_0 = u_0(1)$, $\hat{v}(t,y) = v(t, u^{-1}(t,y)) = u_t(t, u^{-1}(t,y))$ for $(t,y) \in Q(s,T)$. 本講演では, [1] で示した上記問題の可解性とそれに関連する弾性体の動きを表す方程式に対する結果を紹介する．

## 参考文献

[1] T. Aiki, N. H. Kröger, A. Muntean, A macro-micro elasticity-diffusion system modeling absorption-induced swelling in rubber foams - Proof of the strong solvability, to appear in Quarterly of Applied Mathematics.