

フーリエ拡張作用素に対する重み付き不等式への X 線トモグラフィーによるアプローチ

中村昌平

本講演は Birmingham 大学の Jonathan Bennett 教授との共同研究に基づきます。

調和解析学における大きな未解決問題の 1 つであるフーリエ制限予想は、フーリエ拡張作用素と呼ばれる超曲面上のフーリエ変換に関する予想です。ここでフーリエ拡張作用素は、一般の部分多様体 $S \subset \mathbb{R}^n$ に対し、

$$\mathcal{E}_S g(\xi) := \int_S e^{ix \cdot \xi} g(x) d\sigma_S(x), \quad (\xi \in \mathbb{R}^n)$$

により定まります。我々のナイーブなアイデアは、このよくわからない数学的対象であるフーリエ拡張作用素を X 線で “スキャン” してみてその性質を調べてみようというものです。このアイデアの源流は、Planchon-Vega (2008) による bilinear virial identity を用いたシュレディンガー方程式の解析にあります。本講演では、このナイーブなアイデアが実際にフーリエ制限予想に関連する理論に対しても有効であることを、フーリエ拡張作用素の重み付き不等式に対する予想、すなわち Stein 予想と Mizohata-Takeuchi 予想を通して説明したいと思います。テクニカルな部分では不思議なことに特異性を打ち切った bilinear Hilbert transform (したがってオリジナルのもの比べると扱いやすい) が顔を覗かせたので、その関連を述べたいと思います。時間が許せば、我々のアプローチから自然に生じた、フーリエ制限予想と掛谷予想の中間に位置する予想についても紹介できればと思います。

(中村昌平) DEPARTMENT OF MATHEMATICS, GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE, OSAKA UNIVERSITY
TOYONAKA, OSAKA 560-0043, JAPAN

Email address: srmkn@math.sci.osaka-u.ac.jp