

結晶粒界運動の擬放物型フェーズ・フィールドモデル

白川 健（千葉大学・教育学部）

合金やセラミックス等の多結晶体内部に現れる結晶粒界の形成プロセスに関しては、近年様々な研究者により多数の数学モデルが提案されている。本講演では、こうした数学モデルの代表例として知られる「Kobayashi—Warren—Carter システム (KWC システム)」というフェーズ・フィールドモデルを、議論の出発点とする。KWC システムは、2次元の結晶粒界運動のメカニズム理解を目的に [Kobayashi et al, Physica D, 140 (2000), 141—150] において提案された放物型の偏微分方程式系である。KWC システムは自由エネルギーと呼ばれる非平滑な汎関数の勾配系として導かれるが、その大きな特徴として結晶方位（角度）の支配方程式が「重み」付きの特異拡散方程式で記述される点が挙げられる。上記の「重み」は結晶粒界の「駆動力」という物理的に重要な役割を持っているが、その一方で、数学的には解の一意性の保証を困難にする要因にもなっている。それ故、一意性の保証を要する場面では本来なかった仮定を追加せざるを得ない状況が続いており、結果としてオリジナルのKWC システムの研究に関しては未解決な部分が多く残されている。

このような背景を踏まえ、本研究では Kobayashi—Warren—Carter による非平滑な自由エネルギーに対する擬放物型の勾配系を、新しい KWC 型数学モデルとして提案する。その上で、新型モデルの適切性から最適制御問題等の発展的課題に至るまでを、仮定の追加なしで扱うことを可能とする、一貫した数学理論の構築を目標とする。本講演では、その第一歩として「解の存在」「一意性」「初期値に関する連続依存性」「時間無限大における解挙動」を話題として取り上げ、現時点までに得られた成果を紹介するとともに、時間の許す範囲で今後の研究の展望についても述べる。