

Random dimer model の準位統計について

東北大学理学研究科 中野史彦

確率変数をポテンシャルとするシュレーディンガー作用素（ランダムシュレーディンガー作用素, RSO と略記）において、そのスペクトルの局在性・非局在性の判定は重要な問題である。非局在状態の理解は局在状態に比べあまり進んでいないが、近年、準位統計（特定のエネルギー近傍での局所的な固有値の確率分布の極限を調べること）を通してこの性質を調べる研究がよく行われている。厳密に知られている非局在状態の例である 1 次元減衰系（空間遠方で減衰するポテンシャルを持つ RSO）では、スペクトル構造と準位統計との関係について、大雑把には次の関係が知られている [KS, KN1, KN2, CN]。

(i) 絶対連続スペクトル \iff clock process, (iii) 点スペクトル \iff Poisson process

本講演では、random dimer model と呼ばれる 1 次元 RSO を考える。そのスペクトル Σ は全て点スペクトルであるが、その中に有限個の点 $\{E_c^{(j)}\}_{j=1}^J$ が存在し、そこでのみリアップノフ指数が 0 になり、その点近傍に対応するスペクトル射影作用素の時間発展は局在しないことが知られている [JSS]。我々は次を示した。

定理 (with P. Hislop, X.Zeng)

- (1) $\{E_c^{(j)}\}_{j=1}^J$ での準位統計は clock process であること
- (2) $\left(\{E_c^{(j)}\}_{j=1}^J\right)^c \cap \Sigma$ では、技術的な仮定の下で Poisson process であること

参考文献

- [CN] Chulaevsky, V. and Nakano, F., Clock statistics for 1d Schrödinger operators, J. Math. Phys. **64**, No.12 122101(2023)
- [JSS] Jitomirskaya, S., Schulz-Baldes, H., and Stolz, G., Delocalization in Random Polymer Models, Comm. Math. Phys. **233**(2003), 27-48
- [KS] Killip, R., Stoiciu, M., : Eigenvalue statistics for CMV matrices : from Poisson to clock via random matrix ensembles, Duke Math. **146**(2009), 361-399.
- [KN1] Kotani, S. and Nakano, F., Level statistics for the one-dimensional Schrödinger operators with random decaying potential, Interdisciplinary Mathematical Sciences Vol. 17 (2014) p.343-373.
- [KN2] Kotani, S. and Nakano, F., Poisson statistics for 1d Schrödinger operators with random decaying potentials, Electronic Journal of Probability **22**(2017), no.69, 1-31.