

テイル付きグラフ上の量子ウォークの共鳴散乱

森岡 悠 (愛媛大学)*¹

要旨:

時間に依存しない線形 Hamiltonian を持つ Schrödinger 方程式における時間発展では, エネルギーを表す自己共役 Hamiltonian に付随する 1 パラメータユニタリ群を用いて記述される. 一方, 離散時間量子ウォークでは, 時間発展を記述するユニタリ作用素を直接記述する機会が多い. スペクトル・散乱理論の文脈では, 状態を局所的に混合するコイン作用素と, 状態を移動させるシフト作用素の積で表されるユニタリ作用素のスペクトル理論が重要である ([9], [6, 7], [10]).

テイル付きグラフ上の量子ウォークを規定するユニタリ作用素の共鳴極は, この作用素を有限部分グラフに制限した作用素を表す行列の固有値に対応する. この共鳴極が単位円の至近にあるとき, 量子ウォークの散乱現象に対して強い影響を与え, 古典系では見られない共鳴散乱を生じる. このような現象は, Schrödinger 作用素で共鳴トンネル効果 (resonant tunneling effect, [1]) あるいは形状共鳴 (shape resonance, [2], [3], [8]) として知られる共鳴散乱の類似物と考えられる. さらに, 1 次元行列 Schrödinger 作用素に対する準古典解析および散乱理論との関係性も示唆されている ([4]). 量子ウォークでは, 散乱行列の共鳴展開公式を明示的に得ることができる. さらに, 数値計算による可視化も紹介したい. 本研究は, 樋口健太氏 (岐阜大学), 石川隆太氏 (元愛媛大学 M2), 瀬川悦生氏 (横浜国立大学), 吉村栄次郎氏 (愛媛大学 M2) との共同研究である ([5]*²).

参考文献

- [1] L. L. Chang, L. Esaki and R. Tsu, *Resonant tunneling in semiconductor double barriers*, Applied Physics Letters, **24** (1974), 593-595.
- [2] J. M. Combes, P. Duclos, M. Klein and R. Seiler, *The shape resonance*, Commun. Math. Phys., **110** (1987), 215-236.
- [3] C. Gérard and A. Matrinez, *Prolongement méromorphe de la matrice de scattering pour des problèmes à deux corps à longue portée*, Ann. Inst. H. Poincaré, **51** (1989), 81-101.
- [4] K. Higuchi, *Resonant tunneling effect for quantum walks on directed graphs*, preprint. arXiv:2504.15584
- [5] K. Higuchi, R. Ishikawa, H. Morioka and E. Segawa, *Resonant scattering and comfortability of tunable quantum walks on graphs*. in preparation.
- [6] T. Komatsu, N. Konno, H. Morioka and E. Segawa, *Generalized eigenfunctions for quantum walks via path counting approach*, Rev. Math. Phys., **33** (2021), 2150019, pp. 1-24.

*¹ 愛媛大学理工学研究科情報工学講座応用数理研究室,

〒790-8577 愛媛県松山市文京町 3 番. morioka.hisashi.ya@ehime-u.ac.jp

*² 本研究は, 日本学術振興会科学研究費 (基盤研究 C : 24K06761) の助成を受けた.

- [7] T. Komatsu, N. Konno, H. Morioka and E. Segawa, *Asymptotic properties of generalized eigenfunctions for multi-dimensional quantum walks*, Ann. Henri Poincaré, **23** (2022), 1693-1724.
- [8] S. Nakamura, *Scattering theory for the shape resonance model II. Resonance scattering*, Ann. Inst. H. Poincaré, **50** (1989), 133-142.
- [9] A. Suzuki, *Asymptotic velocity of a position-dependent quantum walk*, Quantum Inf. Process., **15** (2016), 103-119.
- [10] R. Tiedra de Aldecoa, *Stationary scattering for unitary operators with an application to quantum walks*, J. Funct. Anal., **279** (2020), 108704.