双線形擬微分作用素の有界性について

冨田 直人 (大阪大学)

$m \in \mathbb{R}$，$0 \le \rho, \delta \le 1$ としよう．このとき，$\sigma(x,\xi,\eta) \in C^\infty(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n)$ が双線形 Hörmander のシンボルクラス $BS^m_{\rho,\delta}$ に属するとは，

$$|\partial_x^\alpha \partial_\xi^\beta \partial_\eta^\gamma \sigma(x,\xi,\eta)| \le C_{\alpha,\beta,\gamma}(1+|\xi|+|\eta|)^{m+\delta|\alpha|-\rho(|\beta|+|\gamma|)} \quad (x,\xi,\eta \in \mathbb{R}^n)$$

を任意の多重指数 $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{N}_0^n$ に対して満たす時に言う．$\sigma(x,\xi,\eta) \in BS^m_{\rho,\delta}$ に対して，シンボルを σ とする双線形擬微分作用素 T_σ を

$$T_\sigma(f,g)(x) = \frac{1}{(2\pi)^{2n}} \int_{\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n} e^{ix\cdot(\xi+\eta)} \sigma(x,\xi,\eta) \widehat{f}(\xi) \widehat{g}(\eta)\, d\xi d\eta$$

により定義する．ここで，$x \in \mathbb{R}^n$ であり f, g は $\mathbb{R}^n$ 上の Schwartz の急減少関数，$\widehat{f}, \widehat{g}$ は f, g のフーリエ変換を表す．

本講演では $BS^m_{\rho,\delta}$ $(0 \le \delta \le \rho < 1)$ クラスの双線形擬微分作用素の有界性をまず考え，次に重みつき評価を扱う．1 つ目のテーマは宮地晶彦氏 (東京女子大学) との共同研究 [1, 2, 3]，2 つ目のテーマは Bae Jun Park 氏 (Sungkyunkwan University) との共同研究 [4, 5, 6] に基づく．

参考文献

[1] A. Miyachi and N. Tomita, Calderón-Vaillancourt-type theorem for bilinear operators, Indiana Univ. Math. J. 62 (2013), 1165-1201.

[2] A. Miyachi and N. Tomita, Bilinear pseudo-differential operators with exotic symbols, II, J. Pseudo-Differ. Oper. Appl. 10 (2019), 397-413.

[3] A. Miyachi and N. Tomita, Bilinear pseudo-differential operators with exotic symbols, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 70 (2020), 2737-2769.

[4] B. J. Park and N. Tomita, Sharp maximal function estimates for linear and multilinear pseudo-differential operators, J. Funct. Anal. 287 (2024), Paper No. 110661, 45 pp.

[5] B. J. Park and N. Tomita, Sharp maximal function estimates for multilinear pseudo-differential operators of type $(0,0)$, Bull. Lond. Math. Soc. 57 (2025), 854–870.

[6] B. J. Park and N. Tomita, Necessary conditions for weighted estimates of multilinear multipliers and pseudo-differential operators, Potential Anal. 65 (2026), Paper No. 65:22, 20 pp.