シャープ最大関数を用いた不等式の証明

宮地 晶彦　MIYACHI, AKIHIKO (東京女子大学 文理学部)

小薗-谷内は，最近の論文 “Bilinear estimates in BMO and the Navier-Stokes equations” の中で，次の不等式を “key estimate” として使っている．

$$\|fg\|_p \le C(\|f\|_p\|g\|_{\mathrm{BMO}} + \|f\|_{\mathrm{BMO}}\|g\|_p), \tag{1}$$

$$\|f\nabla g\|_p \le C(\|f\|_p\|(-\triangle)^{1/2}g\|_{\mathrm{BMO}} + \|(-\triangle)^{1/2}f\|_{\mathrm{BMO}}\|g\|_p), \tag{2}$$

$$\|(\partial^\alpha f)(\partial^\beta g)\|_2 \le C\left(\|f\|_{\mathrm{BMO}}\|(-\triangle)^{(|\alpha|+|\beta|)/2}g\|_2 + \|(-\triangle)^{(|\alpha|+|\beta|)/2}f\|_2\|g\|_{\mathrm{BMO}}\right). \tag{3}$$

ただし，(1) と (2) において $1 < p < \infty$，(3) においては $|\alpha| \ge 1$ かつ $|\beta| \ge 1$ である．

これらの不等式の証明に，小薗-谷内は Coifman-Meyer [CM] の双線型擬微分作用素に関する結果を用いている．

6 月 26 日の神楽坂セミナーでは，シャープ最大関数を利用した初等的な方法によるこれらの不等式の証明を紹介したい．

REFERENCES

[CM] R. Coifman and Y. Meyer, *Au delá des opérateurs pseudodifférentieles*, Astérisque **57**, Société Mathématique de France, 1971.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX