

[講義のポイント]

棒のねじり問題―カスチリアノの定理による解法―

③カスチリアノの定理による解法

ステップ1: 自由体図 (トルクを記入)



ステップ2: モーメントのつり合い

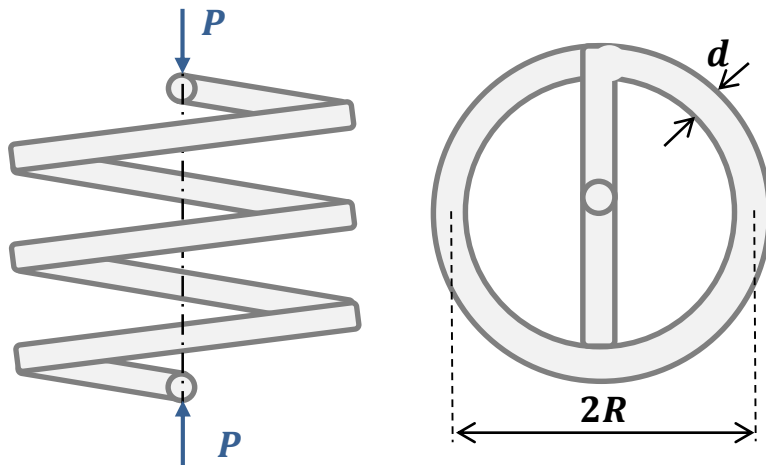


ステップ3: ひずみエネルギー $U = \sum \frac{1}{2GI_p} M_T^2 l$
の計算

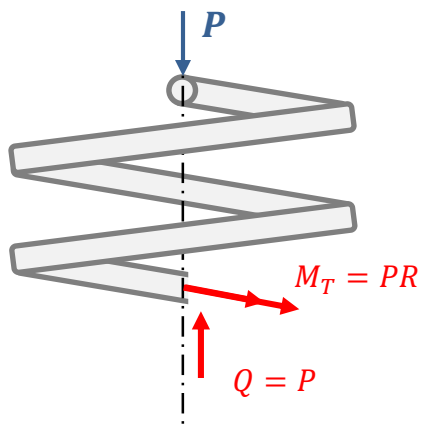


ステップ4: ねじり $\varphi = \frac{dU}{dM_T}$ の計算

演習問題69:ばねの問題



演習問題69の解答



$$U = \frac{1}{2GI_P} \int_0^{2N\pi} (PR)^2 R d\alpha$$

$$= \frac{P^2 R^3}{2GI_P} 2N\pi$$

カスチリアノの定理により

$$\delta = \frac{dU}{dP} = \frac{2N\pi R^3}{GI_P} P$$

ここで、

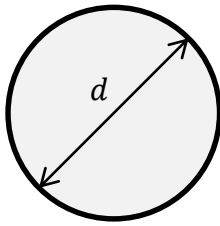
$$I_P = \frac{\pi d^4}{32}$$

より、

$$\delta = \frac{64NR^3}{Gd^4} P$$

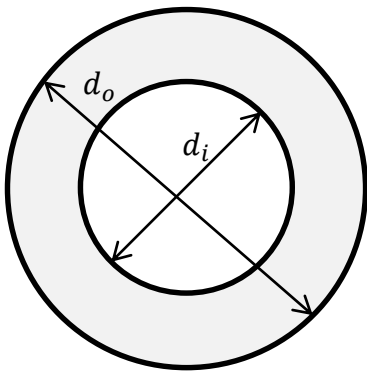
補足)

①中実断面の場合



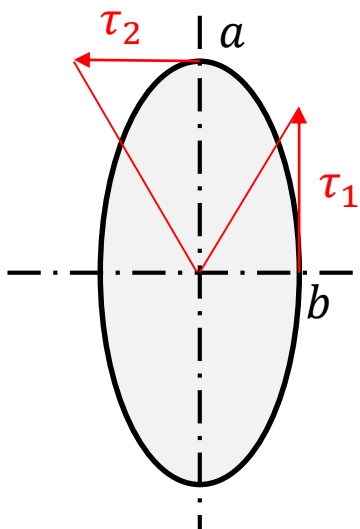
$$I_P = \frac{\pi d^4}{32}$$

②中空断面の場合



$$I_P = \frac{\pi}{32} \{d_o^4 - d_i^4\}$$

③楕円断面の場合

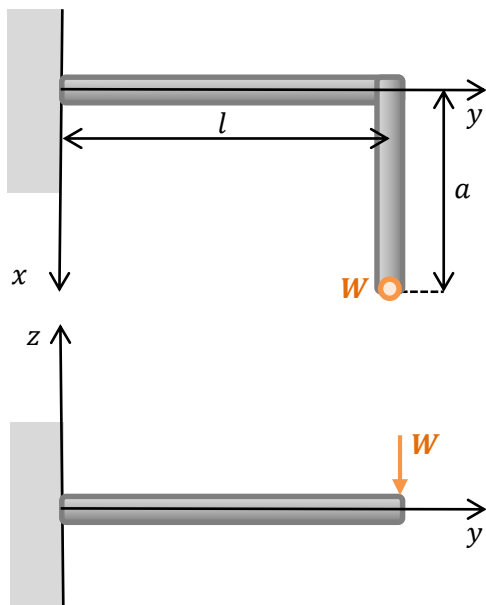


$$\tau_1 = \frac{2T}{\pi a b^2} \quad \tau_2 = \frac{2T}{\pi b a^2}$$

$$\theta = \frac{a^2 + b^2}{\pi a^3 b^3} \frac{T}{G}$$

$$I_P = \frac{\pi}{4} a b \{a^2 + b^2\}$$

演習問題70:引張・曲げ・ねじりを受ける曲り棒の複合問題



演習問題70の解答

詳細解答は準備していません。各自、考えてみてください。

ポイントは、各部の自由体図を作成し、ひずみエネルギーを求めます。その後、カスチリアノの定理によりたわみを求めます。

$$\delta = \frac{W(a^3 + l^3)}{3EI} + \frac{W a^2 l}{GI_P}$$

演習問題はこれで全て終了です。お疲れ様でした！
荒 井