

# シローの定理 訂正表 (初版)

2019年1月31日 著者：佐藤 隆夫

これまでに見つかっている誤植、間違いなどを随時訂正させていただきます。単純なタイプミスから、全く見当違いの論理になっているような部分もあります。すべての責任は私にあり、大変情けなく恥ずかしい限りです。ご迷惑をお掛けしたすべての皆様に深くお詫び申し上げますとともに、ご指摘いただいた方々に心より感謝お礼申し上げます。

以下の訂正は第2版に反映される予定です。

- Page 6, Line 12; 「左辺」は「右辺」の誤りです。
- Page 13, Line 8;  $GL(n, R)$  は  $GL(2, R)$  と読んでください。
- Page 30, 定義 2.30 の 5 行目; 「 $G$  の位数」は「 $g$  の位数」の誤りです。
- Page 34, Line 4 ; 「 $0 \leq m' < m$ 」, 「 $m' \geq 0$ 」はそれぞれ, 「 $1 \leq m' < m$ 」, 「 $m' \geq 1$ 」の誤りです。
- Page 45, 問題 2.4 の解答の 8 行目; 「 $(e_1, \dots, e_{i-1}, \dots)$ 」は「 $(e_1, \dots, e_{i-1}, \dots)$ 」の誤りです。
- Page 47, 問題 2.8 の解答 ; 解答の解説に大きな誤りがありました。以下のように訂正させていただきます。

$\mathbb{Q}$  が有限生成だと仮定し,  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_r\}$  をその生成系とする。いま, 各  $1 \leq i \leq r$  に対して,  $s_i$  を既約分数として,  $s_i = a_i/b_i$ , ( $b_i \geq 1$ ) と表す。このとき,  $S' := \{\frac{1}{b_1}, \dots, \frac{1}{b_r}\}$  とおくと, 明らかに,  $\langle S \rangle \subset \langle S' \rangle \subset \mathbb{Q}$  であるから,  $\langle S' \rangle = \mathbb{Q}$  である。さて,  $p$  を  $b_i$  たちの素因数分解に現れない素数<sup>1</sup> とする。このとき,  $1/p \in \mathbb{Q} = \langle S' \rangle$  であるから,

$$\frac{1}{p} = c_1 \frac{1}{b_1} + c_2 \frac{1}{b_2} + \dots + c_r \frac{1}{b_r}, \quad c_i \in \mathbb{Z}$$

とかける。通分して整理すると,

$$b_1 b_2 \cdots b_r = p \times \text{整数}$$

なる形になるが, これは素因数分解の一意性に反する。ゆえに,  $\mathbb{Q}$  は無限生成群である。□

- Page 48, Line 5 from the bottom; 「 $(i, j) \neq (k, l)$ 」は「 $(i, j) = (k, l)$ 」の誤りです。
- Page 49, 問題 2.12 の解答の 3 行目 ; 「 $y = gh'y^{-1}$ 」は「 $y = gh'g^{-1}$ 」の誤りです。
- Page 51, 問題 2.17 の解答の 3 行目; 「 $\exp(\theta\sqrt{-1})$ 」は「 $\exp(\theta_g\sqrt{-1})$ 」の誤りです。

<sup>1</sup>素数は無限に存在するので必ずとれる。

- Page 55, 補題 3.5 の解答 (2) の 2 行目 ; 「 $f = (x)f(x^{-1})$ 」 は 「 $f = (x)f(x^{-1})$ 」 の誤りです.
- Page 56, 命題 3.8 の証明 (1) の 6 行目 ; 「 $\in \text{Im}(f)$ 」 は 「 $\text{Im}(f)$ 」 の誤りです.
- Page 57, Line 7; 「 $g'g^{-1} = 1$ 」 は 「 $g'g^{-1} = 1_G$ 」 の誤りです.
- Page 60, Line 5 from the bottom; 「 $(f(k))N$ 」 は 「 $f(k)$ 」 の誤りです.
- Page 60, at the bottom; 「 $(f(x))N$ 」 は 「 $f(x)$ 」 の誤りです.
- Page 64, Line 14; 「 $h_m, h'_m$ 」 はそれぞれ, 「 $h_n, h'_n$ 」 の誤りです.
- Page 65, Lines 1-5; 「 $h_m, h'_m$ 」 はそれぞれ, 「 $h_n, h'_n$ 」 の誤りです.
- Page 68, Line 1; 「 $f$  は全射でり」 は 「 $f$  は全射であり」 の誤りです.
- Page 69, Lines 9 and 10; 「(正規)」 は 「正規」と読んでください. ただ, この主張自体は  $N$  が正規部分群でなくても成り立ちます.
- Page 70, Line 7; 「 $gf(N)g^{-1}$ 」 は 「 $hf(N)h^{-1}$ 」 の誤りです.
- Page 70, Line 19; 「 $f' : G' \rightarrow H'$  を同型写像とする」 は 「 $f : G \rightarrow H, f' : G' \rightarrow H'$  を同型写像とする」 の誤りです.
- Page 76, Line 8 from the bottom ; 「 $P = \langle zH \rangle$ 」 は 「 $\langle zH \rangle$ 」 の誤りです.
- Page 78, Line 4 ; 「乗法群  $G$ 」 は 「乗法的アーベル群  $G$ 」 の誤りです. また,  $G^k$  の定義が間違っております. 正しくは,

$$G^k := \{g^k \in G \mid g \in G\} \leq G$$

です.

- Page 78, 補題 3.38 の証明 ; 「任意の  $g \in G^k$  に対して, ... (中略) ... 得る。」の部分の解説に大きな誤りがありました.

正しくは, 「任意の  $g \in G^k$  に対して,  $g = h_1h_2 \cdots h_m$  なる元  $h_j \in H_j$  がとれる. このとき,  $H_{e_i}$  の各元と  $H_{e_j}$  の各元は交換可能であるから,

$$\begin{aligned} g^k &= (h_1h_2 \cdots h_m)(h_1h_2 \cdots h_m) \cdots (h_1h_2 \cdots h_m) \\ &= (h_1h_1 \cdots h_1)(h_2h_2 \cdots h_2) \cdots (h_mh_m \cdots h_m) = h_1^k h_2^k \cdots h_m^k \in \text{右辺} \end{aligned}$$

を得る.

- Page 78, 補題 3.38 の証明 ; 「 $H_i, H_j$ 」 とあるのはそれぞれ, 「 $H_{e_i}, H_{e_j}$ 」 の誤りです.
- Page 79, Line 4 ; 「 $H_{e_i}$ 」 は 「 $e_i$ 」 の誤りです.
- Page 79, Line 6 from the bottom ; 「表示の一意性」とは, 同型と順序を除いて一意的という意味です. たとえば,  $e_1 = e_2$  の場合,  $H_{e_1}$  と  $H_{e_2}$  は部分群としては異なりますが, 群としては同型で, 内部直積表示として  $H_{e_1} \times H_{e_2}$  と  $H_{e_2} \times H_{e_1}$  は同じものとみなします.

- Page 80, Line 5; 「 $K_{f_j}^{e_j}$ 」は「 $K_{f_j}^{e_1}$ 」の誤りです.
- Page 80, Line 5; 「 $K_{f_j}^{e_j}$ 」は「 $K_{f_j}^{e_1}$ 」の誤りです.
- Page 80, Line 10; 「倍数」は、「約数」の誤りです.
- Page 80, Line 6 from the bottom; 「一意的な」を削除してください.
- Page 80, Line 3 from the bottom; 「表示の一意性から,」は「上と同様の議論により,」と読んでください.
- Page 80, Line 2 from the bottom; 「 $\psi(K_{f_i}) = H_{e_i}$ 」は「 $\psi(K_{f_i}) \cong H_{e_i}$ 」の誤りです.
- Page 81, 補題 3.41 の証明の 2 行目; 「 $(p^{b_1}, p^{b_2}, \dots, p^{b_m})$ 」は「 $(p^{b_1}, p^{b_2}, \dots, p^{b_n})$ 」の誤りです.
- Page 86, 補題 3.49 の 1 行目; 「 $G \cong H$  する」は「 $G \cong H$  とする」の誤りです.
- Page 92, 問題 3.7 の (2); 「いくつかるか」は「いくつあるか」の誤りです.
- Page 95, Line 4 from the bottom; 「 $x = (gh)x(gh)^{-1}$ 」は「 $x = (gh)z(gh)^{-1}$ 」の誤りです.
- Page 96, 補題 4.2 の証明の 3 行目; 「 $x \in Z(g)$ 」は「 $x \in Z(G)$ 」の誤りです.
- Page 98, Line 10; 「 $g(H \cap N_G(T)) = g'(H \cap N_G(T))$ 」は「 $h(H \cap N_G(T)) = h'(H \cap N_G(T))$ 」の誤りです.
- Page 105, Line 8 from the bottom; 「であることが確かめられる。」の後に、「他の場合も同様である。」の一文を加えてください.
- Page 112, Line 7 from the bottom; 「 $G$  のみ」は「 $X$  のみ」の誤りです.
- Page 116, 例 5.20 の 6 行目; 「複素数」は「行列」の誤りです.
- Page 118, Line 5 from the bottom; 「 $1_G \cdot x = x$ 」は、「 $1_G \cdot h = h$ 」の誤りです.
- Page 123, Line 9 from the bottom; 「 $(f_g f_h)(x)$ 」は、「 $(f(g)f(h))(x)$ 」の誤りです.
- Page 124, Line 5; 「 $\sigma_{g^{-1}}\sigma$ 」は、「 $\sigma_{g^{-1}}\sigma_g$ 」の誤りです.
- Page 129, Line 4; 「 $\sigma^r$ 」は、「 $a^r$ 」の誤りです.
- Page 129, Line 5 from the bottom; 「 $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ 」は、「 $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ 」の誤りです.
- Page 140, Line 6; (命題 6.14 の証明)  $|N/(N \cap P)| = |NP/P|$  が成り立つ理由に「第 2 同型定理より」と書きましたが, これは  $P$  が  $G$  の正規部分群の場合にしか適用できません. 勘違いしておりました.  $P$  が  $G$  の正規部分群でなくても, 以下のよう  
に, 剰余類の間の一対一対応がつかますので主張自体は正しいです.

( $|N/(N \cap P)| = |NP/P|$  の証明)

対応  $f : N/(N \cap P) \rightarrow NP/P$  を,  $n(N \cap P) \mapsto nP$  ( $n \in N$ ) によって定める. これが全単射になることが次のように示される. まず,  $f$  が well-defined であることを示そう.  $n(N \cap P) = n'(N \cap P)$  とすると,  $x := n^{-1}n' \in N \cap P \subset P$  であるから,  $n'P = nxP = nP$  となる. よって,  $f$  は well-defined. 任意の  $yP \in NP/P$  に対して,  $y = nx$  となる  $n \in N$ ,  $x \in P$  が存在し,  $yP = nxP = nP = f(n(N \cap P))$  であるので,  $f$  は全射である. 一方,  $n(N \cap P), n'(N \cap P) \in N/(N \cap P)$  に対して,  $f(n(N \cap P)) = f(n'(N \cap P))$  となったとすると,  $nP = n'P$  であるから,  $z := n^{-1}n' \in N \cap P$  となる. よって,  $n'(N \cap P) = nz(N \cap P) = n(N \cap P)$  となり,  $f$  は単射である.

- Page 142, 例題 6.19 の解答 (2) の 3 行目; 「第 2 同型定理より  $PQ/Q \cong P/(P \cap Q) \cong P$ 」は, 「剰余類の間の全単射を考えることで,  $|PQ/Q| = |P/(P \cap Q)| = |P|$ 」の誤りです.
- Page 144, 例題 6.20 の解答 (2-2) の 2 行目; 「第 2 同型定理より  $PQ/Q \cong P/(P \cap Q) \cong P$ 」は, 「剰余類の間の全単射を考えることで,  $|PQ/Q| = |P/(P \cap Q)| = |P|$ 」の誤りです.
- Page 144, 例題 6.20 の解答 (2-2) の 12 行目; 「 $p|(r^2 + r + r)$ 」は, 「 $p|(r^2 + r + 1)$ 」の誤りです.
- Page 144, 脚注; 「 $r^2 + r + 1 = 0 \pmod{p}$ 」は, 「 $r^2 + r + 1 \equiv 0 \pmod{p}$ 」の誤りです.
- Page 145, Line 11; 「 $b_{i_2}$ 」は, 「 $b^{i_2}$ 」の誤りです.
- Page 146, Line 7; 「 $n$  次元ベクトル空間」は, 「 $n$  次元数ベクトル空間」の誤りです.
- Page 152, Line 7; 「 $ny \equiv 1$ 」は 「 $ny \equiv 1 \pmod{m}$ 」の誤りです.
- Page 152, Line 8; 「 $b_1 \equiv b_2 \pmod{n}$ 」は 「 $b_1 \equiv b_2 \pmod{m}$ 」の誤りです.