

代数的位相幾何学の軌跡と展望

山崎正之先生ご退職祝賀研究集会

世話人

角 俊雄 (九州大学基幹教育院)

佐藤 隆夫 (東京理科大学理学部第二部)

期日: 令和4年(2022年)3月11日(金)

場所: 東京理科大学神楽坂キャンパス (Online via Zoom)

アブストラクト¹

- One-fixed-point actions on spheres of extensions of A_5 and S_5
by 森元 雅治 (岡山大学)

Let G be a finite group. In this talk, manifolds and G -actions on manifolds should be understood as those in the smooth category. For a G -action on a manifold X , we call it a **one-fixed-point G -action** if $|X^G| = 1$. Let \mathbb{N}_G denote the set of all non-negative integers n such that the n -dimensional sphere has an effective one-fixed-point G -action. Putting results by M. Furuta (1989), S. Demichelis (1989) and Buchdahl–Kwasik–Schultz (1990) together, we see that there are no one-fixed-point G -actions on homotopy spheres of dimension ≤ 5 for any finite group G . A. Bak and the speaker showed that for every $n \in [6, \infty)$, the n -dimensional sphere has a one-fixed-point A_5 -action. There is a commutative diagram of finite groups:

$$(0.1) \quad \begin{array}{ccccc} \text{Center } Z & \hookrightarrow & \text{SL}(2, 5) & \xrightarrow{\psi} & A_5 \\ & & \downarrow \wr & & \downarrow \bar{\iota} \\ \text{Center } Z & \hookrightarrow & \text{TL}(2, 5) & \xrightarrow{\varphi} & S_5, \end{array}$$

where $\text{TL}(2, 5)$ is the group `SmallGroup(240, 89)` in GAP, ψ and φ are double coverings ($|Z| = 2$), and neither of the two horizontal sequences in (0.1) splits. In this talk, we discuss the next theorem.

¹講演順に並んでいます。

Theorem 0.1. *The following equalities hold.*

- (1) *In the case $G = A_5$, $\mathbb{N}_G = [6..\infty)$.*
- (2) *In the case $G = \text{SL}(2, 5)$, $\mathbb{N}_G = (\{3\} \cup \mathbb{N}_{A_5}) + 4 = \{7\} \cup [10..\infty)$.*
- (3) *In the case $G = S_5$, $\mathbb{N}_G = \{6, 10, 11, 12\} \cup [14..\infty)$.*
- (4) *In the case $G = \text{TL}(2, 5)$, $\mathbb{N}_G = \mathbb{N}_{S_5} + 8 = \{14, 18, 19, 20\} \cup [22..\infty)$.*

In relation to the claim (2), we remark that the 3-dimensional homology sphere $\Sigma = S^3/\text{SL}(2, 5)$ has an effective one-fixed-point A_5 -action.

We also discuss the following result.

Theorem 0.2. *Let $G = A_5 \times C_2$. Then $\mathbb{N}_G = [6..\infty)$ or $[6..\infty) \setminus \{9\}$.*

- **On the $\text{Aut } F_n$ -actions on the fibers of free group covers of the products of cyclic groups**

by 佐藤 隆夫 (東京理科大学)

F_n を階数 n の自由群とし, $H := H_1(F_n, \mathbb{Z})$ を F_n のアーベル化とする. 講演者は修士論文で F_n の自己同型群 $\text{Aut } F_n$ の H への作用に関する 1 次元コホモロジー群を計算し, 森田茂之によって Magnus 表現を用いて構成された森田コサイクルによって生成されることを示した. この結果は, $\text{Aut } F_n$ の Johnson 準同型に関する研究とも密接に関係するものであるが, 近年の自由群の自己同型群のねじれ係数安定 (コ) ホモロジーに関する Djament-Vespa, Randal-Williams らによる独立した目覚ましい研究にもつながった.

本講演では, $\text{GL}(n, \mathbb{Z})$ を経由しないような $\text{Aut } F_n$ の作用で, $\text{Aut } F_n$ の非自明なコホモロジー類を与えるようなものはないかという素朴な問題を考える. 具体的には, F_n から巡回群への全射準同型の核として表される F_n のある特性部分群のアーベル化への $\text{Aut } F_n$ の作用について, 最近得られた計算結果 (特に非安定域など) についていくつか紹介したい.

- **固定頂点空間グラフへの quandle のちょっとした応用**

by 大場 清 (お茶の水女子大学)

- **ブレイド群の中心拡大**

by 秋田 利之 (北海道大学)

ブレイド群 B_n ($n \geq 4$) の $\mathbb{Z}/2$ による唯一の非自明な中心拡大は

(1) ブレイド群の Schur 被覆 (Schur cover)

(2) B_n 上の一元生成な free crossed module

など複数の意味を持つ。この講演では Schur 被覆、crossed module、中心拡大の有限表示などを紹介したい。

- 4次元スパインレス多様体

by 松本 幸夫 (学習院大学)

講演者は余次元2の手術理論を使って、2次元トーラスと同じホモトピー型を持つコンパクト4次元多様体でその中に(局所平坦性を仮定しない場合にも)2次元PLトーラスを含まないものを構成した(1975, Bull.A.M.S.)。そして2次元球面と同じホモトピー型を持つコンパクト4次元多様体でその中に(局所平坦性を仮定しない場合にも)2次元PL球面を含まないものがあるかどうかを問題として提出した(1978)。この問題が、最近 Levine と Lidman により解決されたので、その紹介をしたい。

- ヘッセンバーグ多様体と Stanley-Stembridge 予想

by 柘田 幹也 (大阪市立大学)

旗多様体にはヘッセンバーグ多様体と呼ばれる部分多様体の族がある。この族は、行列の固有値を求めるQRアルゴリズム、対称群の幾何学的表現、旗多様体の量子コホモロジー、置換多面体に付随するトーリック多様体など、異なる数学分野から現れる多様体を含む。本講演では、ヘッセンバーグ多様体のコホモロジーとグラフ理論における Stanley-Stembridge 予想との意外な関係 (Brosnan-Chow による Shareshian-Wachs 予想の解決) を紹介する。

- 山崎正之先生と京都の思い出

by 阿原 一志 (明治大学)

- 6次元以下のホモロジー球面上の有限群の滑らかな odd-Euler-characteristic action について

by 田村 俊輔 (岡山大学)

G を有限群, M を滑らかな G -作用をもつ滑らかな多様体とする. M 上の G -作用が *odd-Euler-characteristic action* であるとは, G -不動点集合のオイラー標数 $\chi(M^G)$ が奇数であるときをいう. 本講演では, 6次元以下のホモロジー球面上の有限群 G の滑らかな odd-Euler-characteristic action が存在するための有限群 G とホモロジー球面の次元, G -不動点集合の必要条件について考察している.

- **Oliver groups satisfying Laitinen's conjecture**

by 角 俊雄 (九州大学)

Corresponding to Smith's problem, Laitinen conjectured that for a finite Oliver group G , if the number, denoted by a_G , of real conjugacy classes of elements not of prime power order is greater than or equal to 2, there exist nontrivial Laitinen-Smith equivalent G -modules. Here, two G -modules are called Laitinen-Smith equivalent if they are tangential representations over exactly two fixed points of a homotopy sphere with a smooth G -action under mild connectivity condition. We know a few counter-examples. However, I do not know an Oliver group G with $a_G > 2$ such that any two Laitinen-Smith equivalent G -modules are isomorphic.

I will talk about a sufficient condition for an Oliver group that Laitinen's conjecture is true.

- **粗 Baum-Connes 予想と非正曲率性**

by 尾國 新一 (愛媛大学)

粗 Baum-Connes 予想と非正曲率性 Abstract: 粗 Baum-Connes 予想は「良い性質を満たす固有距離空間に対して、二種類の粗 K 群の間の粗アセンブリー準同型写像が同型写像である」ことを主張します。粗アセンブリー写像とは、粗幾何学の枠組みにおいて、一般化された意味での Dirac 型作用素に対して、その一般化された意味での指数を取るという操作をエンコードしたものです。この予想は Novikov 予想など微分トポロジーと深く関係することもある、粗幾何学において中心的な課題の一つとなっています。本講演では、この予想と微分幾何に由来する非正曲率性や双曲性との関係や今後の研究の方向性についてお話しします。

- Degtyarev-Florens-Lecuona による η -関数の一般化
by 小島 定吉 (早稲田大学)

η -関数は、山崎氏が修士のときに定義した絡み目数がゼロの2成分リンクに対する絡み目同境不変量である。講演では、 η -関数が定義された40年以上前の当時は振り返り、最近の進展を紹介したい。

- トポロジーと出会って50年 (感謝を込めて)
by 山崎 正之 (岡山理科大学)

大学1年のとき(1972)に加藤十吉先生のゼミを覗いて「トポロジー」と出会ってから50年。すごいな思ったこと、驚いたこと、嬉しかったこと、悲しかったこと、有り難かったこと、……色んなことが思い出される。その中からいくつかを選んで、時間の流れに沿って話してみたい。