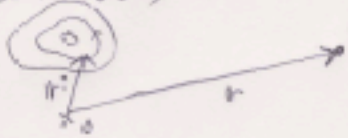
2005 11/30（後期 第8回目）でアナウンスした補助プリント

12/13 $\frac{1}{3}$

二高明

電流分布 $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$




$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) \simeq \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\underbrace{\int \mathbf{J}(\mathbf{r}')\,d\tau'}_{\boxed{1}\ \text{zeroになる}} + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r^2}\underbrace{\int \mathbf{J}(\mathbf{r}')\,\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{r}'\,d\tau'}_{\boxed{2}\ \to\ \mathbf{m}\times\hat{\mathbf{r}}}$$

where $\mathbf{m} = \frac{1}{2}\int \mathbf{r}'\times\mathbf{J}(\mathbf{r}')\,d\tau'$

講義では $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ の計算を残し、補助プリントで補足する旨述べた。

$\boxed{1}$ magnetic mono-pole の項に対応する。局在した定常電流分布は $\nabla_{\mathbf{r}'}\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r}')=0$ であり、直感的に縦電流をベクトル的に積分すれば zero になる感じがするが、その証明は自明ではない

$\int \mathbf{J}(\mathbf{r}')\,d\tau'$ を直交座標を用いて、その成分を個別に考える $\Rightarrow$ $\int J_i(\mathbf{r}')\,d\tau'$

（ただし $i=1,2,3$ は $x, y, z$ に対応する）

まず $x'_i\,\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ の divergence を考える

ただし $\mathbf{r}' = (x'_1, x'_2, x'_3)$

$$\nabla_{\mathbf{r}'}\cdot\left(x'_i\,\mathbf{J}(\mathbf{r}')\right) = x'_i\,\underbrace{\nabla_{\mathbf{r}'}\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r}')}_{=0\ \text{定常電流なので}} + J_i(\mathbf{r}')$$

この結果を用いて

$$\int J_i(\mathbf{r}')\,d\tau' = \int \nabla_{\mathbf{r}'}\cdot\left(x'_i\,\mathbf{J}(\mathbf{r}')\right)d\tau'$$

ガウスの発散定理

$$= \oint x'_i\,\mathbf{J}(\mathbf{r}')\,d\mathbf{a}' \Rightarrow 0$$

局在した電流分布をすっぽり含む曲面

この曲面上では電流分布 $\mathbf{J}(\mathbf{r}')=0$ である

よって $\boxed{\int \mathbf{J}(\mathbf{r}')\,d\tau' = 0 \text{ を得る}}$