

2

(1) $\int \mathcal{F}(r') \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}' d\tau'$ を計算する前に段階として,

$x_i' x_j' \mathcal{F}(r')$ の divergence を考えよ $i, j = 1, 2, 3$

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{r}'} \cdot (x_i' x_j' \mathcal{F}(r')) &= x_i' x_j' \underbrace{\nabla_{\mathbf{r}'} \cdot \mathcal{F}(r')}_{\text{定常電流なので } 0} \\ &\quad + \underbrace{x_i' (\nabla_{\mathbf{r}'} x_j') \cdot \mathcal{F}(r')}_{\text{j番目の単位ベクトル}} J_j(r') \\ &\quad + \underbrace{x_j' (\nabla_{\mathbf{r}'} x_i') \cdot \mathcal{F}(r')}_{\text{i番目の単位ベクトル}} J_i(r') \\ &= x_i' J_j(r') + x_j' J_i(r') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad \int (x_i' J_j(r') + x_j' J_i(r')) d\tau' &= \int \nabla_{\mathbf{r}'} \cdot (x_i' x_j' \mathcal{F}(r')) d\tau' \\ &\quad \text{ガウスの定理} \quad \downarrow \\ &= \oint_{\text{曲面}} x_i' x_j' \underbrace{\mathcal{F}(r')}_{\text{この曲面上で } \mathcal{F}(r')=0 \text{ である}} d\mathbf{a}' \Rightarrow 0 \end{aligned}$$

$$\text{よって} \quad \int x_i' J_j(r') + x_j' J_i(r') d\tau' = 0 \quad \text{を得る}$$

つまり $\int x_i' J_j(r') d\tau'$ は i, j により反対称である