

ここで本題にもつて、 $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^2} \int \vec{J}(\vec{r}') \hat{r} \cdot \vec{r}' d\tau'$ と書いたら

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^2} \int \vec{J}(\vec{r}') (\vec{r} \cdot \vec{r}') d\tau'$$

を計算しよう

この i 番目の成分を考えると $\int J_i(\vec{r}') \sum_j x_j x'_j d\tau'$ とあり

$$= \sum_j x_j \int x'_j J_i(\vec{r}') d\tau'$$

j, i を交換した項は大きさが同じで、符号が逆になるから反対称!
 よって $\int x'_j J_j(\vec{r}') d\tau'$ を仮定して
 値は 2 倍になるから $\frac{1}{2}$ する

$$= \sum_j x_j \left[\frac{1}{2} \int (x'_j J_i(\vec{r}') - x'_i J_j(\vec{r}')) d\tau' \right]$$

$$= \frac{1}{2} \sum_j \left\{ x_j \int x'_j J_i(\vec{r}') d\tau' - x_i \int x'_j J_j(\vec{r}') d\tau' \right\}$$

ベクトル三重積 $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$ の i 番目の成分は

$$[\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})]_i = \sum_j A_j B_j C_i - A_j B_i C_j$$

となる。上記の式のは、i, j に注意する

$$= \frac{1}{2} \left[\vec{r} \times \left(\int \vec{r}' \times \vec{J}(\vec{r}') d\tau' \right) \right]_i$$

とちがうから

$$= - \left[\vec{r} \times \left(\frac{1}{2} \int \vec{r}' \times \vec{J}(\vec{r}') d\tau' \right) \right]_i$$

よって、この部分を磁化モーメント $\vec{m}$ と定義すると

$$= \vec{m} \times \vec{r}$$

よって Vector Potential $\vec{A}$ の式は $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^2} \vec{m} \times \vec{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^2}$ とあり

* 一般に電流密度分布 $\vec{J}(\vec{r}')$ を考えたら、
 Loop 電流を仮定してその導出は参考 P142 ~ 242 の様に
 ちゃんと計算する。