実験室

力学振動子の共鳴実験（学生物理実験におけるコンピュータ支援）

満田節生、渡部　伸、鈴木清光　　東京理科大学理学部

1. はじめに

近年、東京理科大学神楽坂地区において進められている情報教育改革に沿って、理工系大学において大きな位置を占める学生実験を通して学生に情報処理手段の活用法を体得させること、またそのような活用によって学生実験の内容自身をより深く理解させることを目的として、「学生物理実験における情報処理手段の活用」の試みが、理学部物理教室で進められてきた。

具体的には、学生実験室の実験装置にコンピュータを導入し、学生実験データを情報処理手段の対象とし、旧態依然とした測定方法（例＝望遠鏡を用いた目視による変位の読み取りは多くの実験課題に見られる）を現代化し、測定作業に費やされていた学生のエネルギーを考える作業に移行させること、および従来の電卓・グラフ用紙を用いた手作業では十分に読むことのできなかった実験データをコンピュータを用いて自在に読み、解析・判断して、その場で Interactive に実験にフィードバックをかける要素を現行の実験課題に導入することを目標とした。

前稿で紹介された「PSD を用いる液体の粘性係数の測定」[1)] は、この試みに沿って既設実験課題にコンピュータ導入したものであり、ここでは、著者らが参考文献 2 ）を参考にして新設した「力学振動子の共鳴実験」について紹介したい。

2. 力学振動子の共鳴実験

力学共鳴現象は 1 年次に学習するが、「物理学（振動・波動)」の授業での学生の反応を見ていると、微分方程式の解法等にとらわれ、現象自身のイメージが不足している。このため、学生自身が、学生実験の中で“現象を体感する”ことが、理解を深める上で重要であることを強く感じ、線形振動子の減衰振動、強制振動、パラメータ共鳴、および非線形共鳴振動を体感できる実験題目を、その動きが目視で確認できる固有振動数～ 3 Hz の力学振動子を用いて新たに作成した（これらの現象は電気回路では比較的容易に実現できるが、あえて力学振動子にこだわった)。

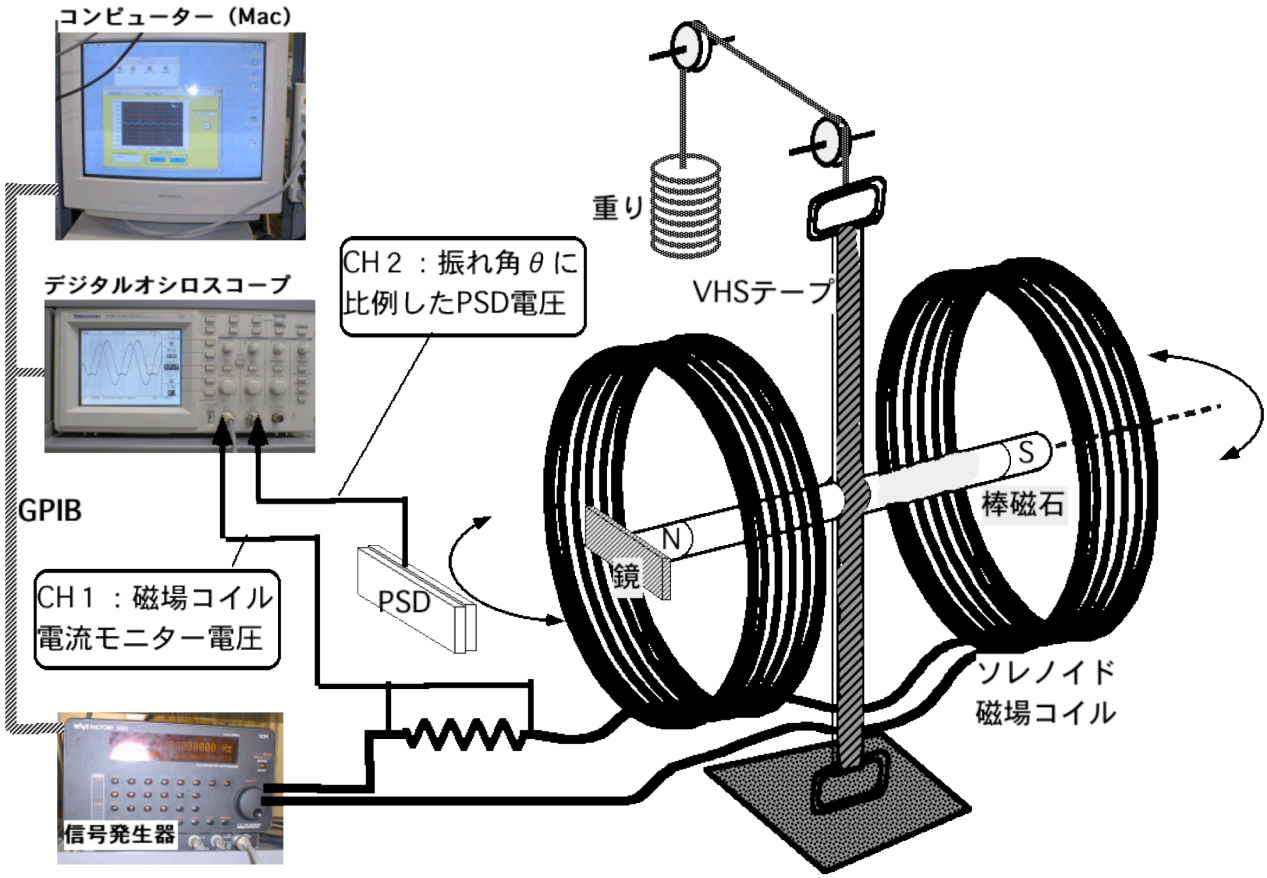
力学振動子の構成について

図に示すように、VHS テープに挟まれた細長い円柱棒磁石が水平面上で釣り合いの位置の回りで振れることができる力学振動子が用意されている。棒磁石の振れに伴う VHS テープのねじれにより、釣り合いの方位からの振れ角θの小さい場合は線形の、大きい場合には非線形の復元力が作用する。さらに角速度に比例した抵抗、および信号発生器からソレノイドコイルに供給される角振動数ωの交流電流により作られる振動磁場により棒磁石に力のモーメントが作用して、

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\gamma\frac{d\theta}{dt}+{\omega_0}^2\theta+\beta\theta^3=f_0\cos\omega t\ \sin(\theta+\phi)$$

なる形の微分方程式で表される力学振動子が構成される。ここで、振動磁場は棒磁石のつり合いの方位から角度φだけずれた方向に印加されている。

振動子の振れ角 θ が小さく、$\beta\ \theta^3$ の非線形項が無視できる場合に、棒磁石のつり合いの方位と磁場



のなす角φをある程度大きくすると（本実験装置ではφ～３０度程度)、運動方程式は近似的に

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\gamma\frac{d\theta}{dt}+{\omega_0}^2\theta=f_0\sin\phi\cdot\cos\omega t$$

となり、線形強制振動の実験条件が実現する。

一方、棒磁石のつり合いの方位と磁場のなす角をゼロにし（φ=0)、振動子の振れ角θが小さく、同様にβθ^{3}の項は無視できるとし、sinθ～θと近似すれば、運動方程式は

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\gamma\frac{d\theta}{dt}+\left({\omega_0}^2-f_0\cos\omega t\right)\theta=0$$

となりパラメータ共鳴の実験条件が実現する。

装置全体と計測系

物理実験題目にコンピュータを導入する際、ハード的にどのようにコンピュータ化するかが、難しい点であり、その実験題目の効果をも左右するように思われる。振動子の釣り合いの方位からの振れ角θを計測するために、棒磁石の片端に鏡が張り付けられており、光学式位置敏感検出器（PSD）により、振れ角にほぼ比例した電圧（±10 [度]に対して～±5[V])が real time で得られる。この PSD は、前稿で紹介された「PSD を用いる液体の粘性係数の測定」で既に導入済みの技術をそのまま用いた。

図に示された様に、装置全体は振動子に加え、マニュアルおよびコンピュータ-コントロールで操作できる信号発生器とデジタルオシロスコープから構成されている。実験は「定性的な体感」と「定量的な解析」の２段構えで行われる。

「定性的な体感」では、信号発生器のマニュアル操作により振動磁場の振幅と振動数を自在に操り、デジタルオシロスコープに写し出される波形を real time で見て、現象を体感し、得た情報をもとにマニュアル操作をして、予想される現象にたどり着く過程を楽しむことを狙いとしている。学生実験の計測自動化により失われがちなものを、言わばデータ集積系の前段部の役割を担うデジタルオシロスコープおよび信号発生器におけるマニュアル操作性が、補っている点は重要であると考えている。

「定量的な解析」では、定性的に現象を体感した後、デジタルオシロスコープに写し出される波形を GPIB インターフェースを用いて、コンピュータ

に取込み、定量的な解析を即座に行い、解析結果をもとに次の実験の適切な進行が可能となる。Interactive な実験の支援という点で、また以下に述べる複素感受率の振動数依存性などの数十回におよぶ繰り返し作業の効率化という点でも、十分にコンピュータによる実験支援が実現され、その意義が発揮されていると考えている。

定量的な解析を支援するためのソフトは、ナショナルインスツルメンツ社の開発環境「LabView」を用いて作成し、波形の fitting 等には「カレイダグラフ」を用いた。

３．取り扱う物理現象と測定の例

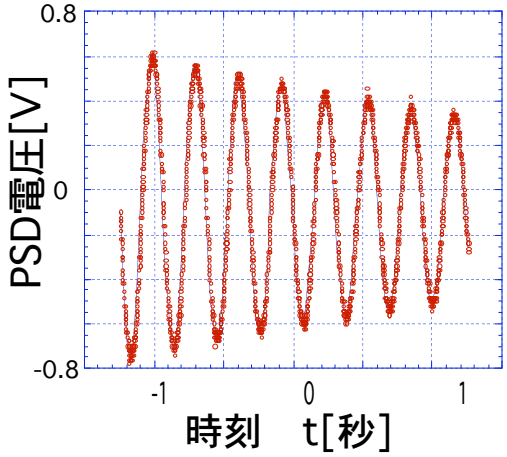
コンピューターに置かれた Web ブラウザーから読む HTML 実験テキストに従い、二人一組で、以下の４種類の実験が進められる。

線形振動子の減衰振動

振動磁場を加えない状態で、棒磁石の初期振れ角を手で与えた後の減衰振動を目で確認し（定性的な体感)、波形を取込みモデル関数

$$\theta_0\, e^{-\gamma t}\cos(\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}\,t+\delta)$$

に fitting して、固有角振動数ω_0、減衰定数γを求める（定量的な解析)。



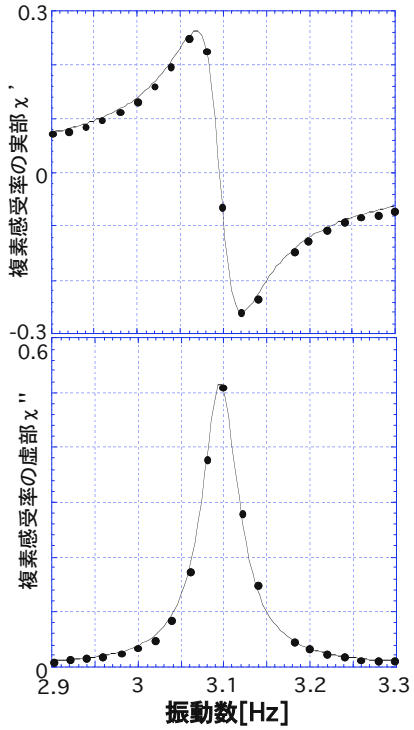
線形振動子の強制振動

信号発生器により作り出される外力の振動数をマニュアル操作で徐々に増やしていくと、振幅が増大し共鳴点近付で極大になる様子、位相の遅れが増大し共鳴点では９０度に、さらに十分高い振動数では１８０度に近づく様子をデジタルオシロスコープの波形を見ながら確認する。（定性的に体感）

さらに波形を取込み振幅と位相の遅れの振動数依存性をコンピュータを用いて自動的に scan し、位相分離をして複素感受率

$$\chi' - i\chi'' \propto \frac{\omega_0^2-\omega^2}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\gamma^2\omega^2} \quad -i\,\frac{2\gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\gamma^2\omega^2}$$

を求め、fitting して共鳴振動数、共鳴幅を求め、減衰振動実験で先に求めた固有角振動数ω_0と減衰定数γとの定量的な比較を行う。（定量的な解析）

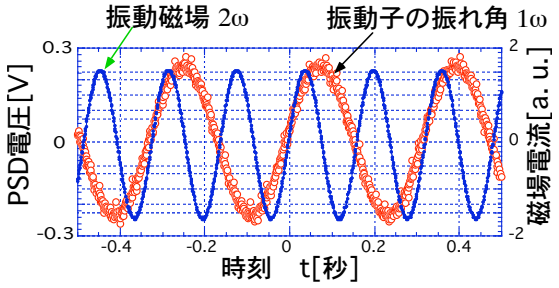


パラメータ共鳴

ブランコの物理として、しばしば説明されるパラメータ共鳴を扱う。外力の振動数が振動子の固有振

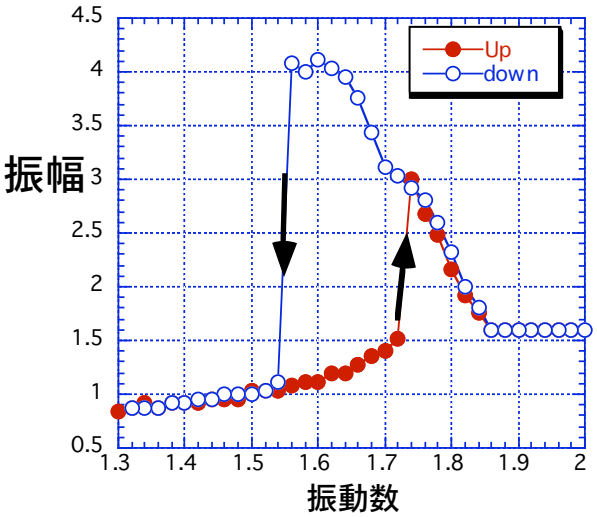
動数の 2 倍の場合にパラメータ共鳴が起こること、外力に対する振動子の初期位相によっては、振動が速やかに減衰してしまい、外力が作用しているにもかかわらず釣り合いの位置からまったく動かなくなることを確かめる。（定性的に体感）

波形を取込み fitting して、外力に対する振動子の初期位相がどのような場合に振動が持続するかを確かめ、またそれはどうしてかを考えさせる（定量的な解析）。



非線形共鳴振動 [1)]

さらに進んだ内容としてダフィン方程式に代表される非線形共鳴振動も体感させ、非線形現象の入門とした。共鳴曲線におけるヒステリシス・jump Up/Down、高調波振動の発生を体感できる（定性的に体感）



４．運用して学生の反応は？

平成 11 年度は、線形強制振動など 1 年次に学習する項目が入っているにもかかわらず 3 年物理学実験で、その反応を調べた。レポートおよび口頭発表でサンプリングした学生の反応は、

2）振動と言えば微分方程式を解いて解を見い出すことで満足していたが、この実験を通して、実際の振動を見ることで、解への理解を深めることができた。非線形振動のヒステレシスや高調波も見ることができ面白かった。

3）２年生で十分楽しめる実験のように思えた。できれば、非線形振動についてカオスなどもう少し発展的なことにも挑戦したかった。

4）コンピュータの操作になれていないので時間がかかった。波形の解析が最小二乗 fitting により快適に行なえ面白かった。

などがあった。

謝辞

最後に、共著者の渡辺伸君（平成１０年度卒業研究生）よりも以前に、この「力学振動子の共鳴実験」の課題作成に寄与してくれた石黒洋君、小山武志君（平成９年度卒業研究生）に感謝します。

参考文献

1）　鈴木清光　　大学の物理教育　本号

2）A Laboratory Manual for NONLINEAR PHYSICS with Maple for Scientists and Engineers ISBN 0-8176-3841-5