

2.5 問題別分析

資料Ⅱをもとに、問題別成績を科目別に表 2.19 にまとめた。

表 2.19 問題別正答率

科目	正答率（問題番号）	平均
数学Ⅰ	A1, A7, B2, C2, C10, D3, D10 7 題	60.3
数学 A	B8, D4 2 題	51.2
数学Ⅱ	A3, A8, A11, B7, B10, C1, C5, C8, D2, D11 10 題	51.5
数学 B	A10, B3, B11, C9, D1 4 題	48.1
数学Ⅲ	A2, A4, A5, A6, A9, B1, B4, B5, B6, B9, C3, C4, C6, C7, C11 20 題 D5, D6, D7, D8, D9	59.3

今年度の高校生の基礎学力調査の結果が、東京理科大学数学教育研究会研究会（1 月 23 日（土）15：00～17：00）で例年通り報告された。発表者は、

全体概要：池田文男（東京理大）、

数学Ⅰ，数学 A の内容：新井田和人（慶應義塾高等学校）、

数学Ⅱ，数学 B の内容：荻野大吾（東京都立戸山高等学校）

数学Ⅲの内容：須田 学（筑波大学附属駒場中高等学校）

教師質問紙について：半田 真（東京女学館中学・高等学校）

IRT による調査結果の分析：眞田克典（東京理科大学）

の各委員であった。

そのうち、各科目に内容についての分析概要を以下に述べる。

2.5.1 数学Ⅰ，数学 A の問題について

新井田和人（慶應義塾高等学校）

「理数系高校生のための数学基礎学力調査」の結果を踏まえ、数学Ⅰ, A の分野に該当する問題 9 題について報告する。

該当する 9 題の正答率、自信率は次の通りである。

問題	科目	内容	正答率	自信率	問題	科目	内容	正答率	自信率
A01	数Ⅰ	データの分析	86.6	69.4	C10	数Ⅰ	三角比	31.1	17.2
A07	数Ⅰ	データの分析	57.9	15.0	D03	数Ⅰ	二次関数	65.4	37.1
B02	数Ⅰ	二次関数	68.7	38.2	D04	数 A	場合の数と確率	66.4	39.6
B08	数 A	整数の性質	35.9	9.6	D10	数Ⅰ	三角比	34.7	21.6
C02	数Ⅰ	三角比	77.8	46.0					

これらの問題を正答率の高い順に並べると次の通りである。(以下、テスト A の問 1 を「A01」と記入する)

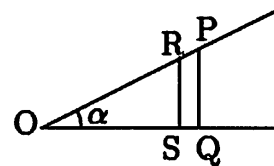
A01 (データの分析), C02 (三角比), B02 (二次関数), D04 (場合の数と確率), D03 (二次関数), A07 (データの分析), B08 (整数の性質), D10 (三角比), C10 (三角比)

A01: 同じテストを 2 つのクラスで実施しました。1 組は、20 名で平均点 12:3 , 2 組は、30 名で平均点 14:8 でした。50 名全体では、平均点は、つぎのどれですか。

(ア) 12.55 (イ) 13.3 (ウ) 13.55
(エ) 13.8 (オ) 14.3

正答率 86.6%で、多くの生徒が正解している。また、自信率も 69.4%と高く自信を持って答えているようである。誤答の中で最も多かったのは、(ウ) の 13.55 であるが、これは 2 クラスの人数を考慮せずに単純に和を 2 で割った値である。

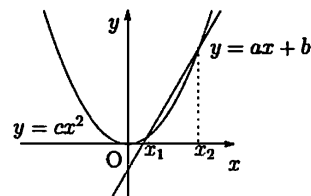
C02: 右の図で、 $PQ \perp OQ$ および $RS \perp OQ$ です。 $OQ=OR=1$, $\angle POQ=\alpha$ とすると、 PQ は、つぎのどれですか。



(ア) $\sin \alpha$ (イ) $\cos \alpha$ (ウ) $\tan \alpha$
(エ) $2\sin \alpha$ (オ) $1 - \cos \alpha$

この問題は、以前から使われてきている問題で、正答率も自信率も他の問題に比べて高い。今回も、前回よりは若干下がっているものの、正答率が 77.8%、自信率が 46.0% と高くなっている。三角比の定義をきちんと把握している結果であろう。

B02: 右のグラフにおいて、つぎのどの場合に $ax + b > cx^2$ となりますか。答えは、つぎの中から選びなさい。



(ア) $(x - x_1)(x - x_2) > 0$
(イ) $(x - x_1)(x - x_2) < 0$
(ウ) $0 < x < x_1$ (エ) $x > x_2$
(オ) (ア) ~ (エ) のどれでもない。

この問題も、正答率が 68.7%、自信率が 38.2%と高く、昨年度よりも 4%ほど高い。(ア) の誤答が多いのは容易に推測できるが、(ア) (11.2%)よりも (オ) (12.1%)を選ぶ

生徒が多かったのは、どういう不等式を考えていたのか気になるところではある。

D04 : 2 つの独立した警報装置を備えた警報システムがあります。非常の際に各装置が作動する確率は、それぞれ 0.95, 0.90 です。非常の際に少なくとも 1 つの装置が作動する確率は、つぎのどれですか。

- (ア) 0.995 (イ) 0.975 (ウ) 0.95
(エ) 0.90 (オ) 0.855

この問題も正答率は 66.4%と高い結果となっている。しかしながら、この問題は、もう少し正答率が高くても良さそうな気がする。例えば、作動する確率が 0.90%の装置が壊れていた(作動する確率が 0%)としても、どちらかが作動する確率は 0.95%であるから、少なくとも (ア) ~ (ウ) のどれかであり、多分 (ウ) も不正解と思うであろう。しかし今回の結果では (イ) を選択した者(10.8%)よりも (オ) を選択した者(12.8%)のほうが多いのである。(オ) の値は $0.95 \times 0.90 = 0.855$ なので、両方とも作動する確率であり、感覚的に正答ではなさそうな値でも「とりあえず計算すると出てくる値」が正しいと判断しているように感じる。

D03 : 商品を $x \times 10^3$ 個 ($0 < x < 5$) 売ったときの利益 $y \times 10^3$ 円を予測するために、つぎの 2 つの関係式 A, B を考えました。

関係式 A : $y = 6x - x^2$, 関係式 B : $y = 2x$

関係式 A より関係式 B の方が、多くの利益をあげるような x の範囲は、つぎのどれですか。

- (ア) $0 < x < 4$ (イ) $0 < x < 5$ (ウ) $3 < x < 5$
(エ) $3 < x < 4$ (オ) $4 < x < 5$

この問題も、正答率が 65.4%と比較的に高い。ちなみに、最も多く選ばれた誤答は、(ア) の 26.0%で、(ウ) 4.1%、(イ) 2.1%、(エ) 2.0%に比べて圧倒的に多い。これは $6x - x^2 > 2x$ の解であり、問題文をきちんと読んでいなかったか、もしくは $6x - x^2 = 2x$ の解が $x = 0, 4$ であるので、そこから判断してしまったものと思われる。

A07: ある母集団の平均は 5 で、標準偏差は 1 である。この母集団の各要素に 10 を加えたとき、平均と標準偏差はつぎのどれになりますか。

- (ア) 平均 15, 標準偏差 1 (イ) 平均 15, 標準偏差 5
 (ウ) 平均 15, 標準偏差 11 (エ) 平均 10, 標準偏差 1
 (オ) 平均 10, 標準偏差 5

この問題は具体的なデータがないため、平均・標準偏差の公式に当てはめて求めようとする生徒には難しい問題であろう。逆に、標準偏差の正確な計算式を忘れていても、大雑把に「度数分布の散らばりぐらいを表している値」であることを理解していれば、標準偏差は変わらないはずだから、選択肢が (ア) か (エ) の 2 つに絞られるので、計算などをせずとも簡単に正答が得られる。正答率 57.9% に対し、自信率が 15.0% と極端に低いのは前者の生徒が多いためと思われる。普段から、ただ公式を用いて正確な値を求めることばかり考えるのではなく、式の性質など様々な方向から式を見る必要があるように感じる。なお、誤答率の高い選択肢は、イ (19.2%) と オ (10.1%) であるが、どちらも標準偏差が 5 となっており、どのような計算式で標準偏差が 5 となったのかは不明である。

B08: n が自然数で、 $5^{2n} + 5^n$ が 13 で割り切れるとき、 n はどのような数ですか。答えは次の中から選びなさい。

- (ア) $n = 2$ だけ (イ) n は負でない偶数
 (ウ) $n = 8p + 2$ (p は負でない整数)
 (エ) $n = 4p + 2$ (p は負でない整数)
 (オ) そのような n はない。

この問題の解答例として、数学 I の整数の分野である合同式を用いた解答は次のようになる。

(解答例)

$5^{2n} + 5^n = 5^n(5^n + 1)$ なので、これが 13 で割り切れるのは $5^n + 1$ が 13 で割り切れるときである。(以下は mod13 で考える)

$$n = 1 \text{ のとき、} 5^1 = 5$$

$$n = 2 \text{ のとき、} 5^2 = 25 \equiv 12$$

$$n = 3 \text{ のとき、} 5^3 \equiv 60 \equiv 8$$

$$n = 4 \text{ のとき、} 5^4 \equiv 40 \equiv 1$$

以下 $n = 4p + k$ (p は 0 以上の整数、 $k = 0, 1, 2, 3$) のとき、

$$5^{4p+k} \equiv 5^{4p} \times 5^k \equiv 5^k \text{ から、} 5^n \equiv 12 \text{ となる } n \text{ は } n = 4p + 2 \cdots (\text{エ})$$

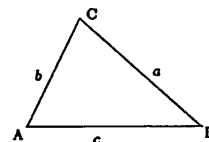
D08 は、まともに計算すると大変だが、5 と 13 は互いに素であることを利用して、

$5^{2n} + 5^n$ を 5^n で割って、 $5^n + 1$ が 13 で割り切れるような n を探すとよい。さらに、 5^n を 13 で割った余りを考えると、 $5^1 \equiv 5 \pmod{13}$ 、 $5^2 \equiv 12 \pmod{13}$ 、 $5^3 \equiv 8 \pmod{13}$ …と求めていくと余りは、5, 12, 8, 1, 5, 12, 8, 1, …となる。この問題の教師評価 27.7 に対して正答率は 35.9%となっている。上記 2 題とも教師も正答は難しいと判断していることがわかる。

D10 : $\triangle ABC$ において、

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

が成り立つことを、証明しなさい。

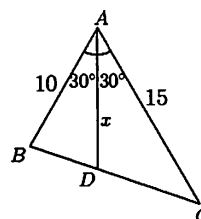


「余弦定理を証明せよ」という記述式の問題である。記述式の問題は数学 I, A の分野では下の C10 とこの問題の 2 題のみであるが、どちらも正答率が 30% 台と低い。余弦定理は、高校生ならば必ず学ぶ定理であるので、この定理の証明にも触れているはずである。にもかかわらず正答率が低いということは、このような基本的な定理については、どのように利用するか注目され、定理そのものの証明はおろそかにされているのではないと思われる。

解答をチェックしているわけではないが、この問題には上のように図が描かれており、 $\triangle ABC$ が鋭角三角形であるという前提で証明を行った者も多数いるように思われる。点 C から直線 AB に引いた垂線の足と三平方の定理を用いると証明でき、鈍角三角形の場合でもほぼ同じ証明でできるので、証明の筋道さえ把握していれば、さほど時間はかからないと思われる。

C10 : $\triangle ABC$ は、 $AB=10, AC=15, \angle BAC=60^\circ$ である。 $\angle BAC$ の 2 等分線と BC との交点を D とするとき、AD の長さを求めなさい。

この問題は 7 年ぐらい出題されている問題であるが、毎年の傾向は変わらず正答率が教師評価よりもずっと低い結果となっている。問題には上記のように図が記入されていないが、右図のような図を描くと容易に解法の糸口がつかめる。教員は毎年このような問題を見ているのですぐに解答が見えてくるが、生徒にとっては「AD の長さを、面積を用いて求める」という、普段とは逆の流れになるため、難問に見えるのかもしれない。



2.5.2 数学Ⅱ，数学Bの問題について

荻野大吾（都立戸山高等学校）

数学Ⅱ，数学Bの問題の正答率，自信率は，次の表にまとめられる．

問題	科目	内容	正答率	自信率	問題	科目	内容	正答率	自信率
A3	数Ⅰ	微分・積分	72.3	51.9	C1	数Ⅰ	指数・対数関数	80.8	52.3
A8	数Ⅰ	指数・対数関数	29.1	9.2	C5	数Ⅰ	三角関数	63.2	44.5
A10	数B	ベクトル	34.3	16.5	C8	数Ⅰ	図形と方程式	41.7	10.2
A11	数Ⅰ	図形と方程式	28.5	11.2	C9	数B	ベクトル	30.8	14.2
B3	数B	ベクトル	77.4	52.2	D1	数B	数列	80.9	57.1
B7	数Ⅰ	微分・積分	57.7	29.5	D2	数Ⅰ	微分・積分	80.6	56.6
B10	数Ⅰ	指数・対数関数	46.2	15.2	D11	数Ⅰ	三角関数	15.4	8.2
B11	数B	ベクトル	17.1	5.7					

A3：積分するだけなので易しいが，与式左辺に3がついている問題はあまり見かけないので，処理に困った生徒はいるかもしれない．

A8：与式の両辺の対数をとればよいだけであるが，このような問題を生徒はやり慣れていないため，自信率9.2%と低い． $\log y$ をx座標， $\log x$ をy座標にするが，例えば与式がa，bの式で与えられていればもう少し正答率が上がっていたかも知れない．

A10：教科書の章末問題や問題集によくある問題．もう少しできて欲しい．全体的にベクトルのできが悪い．数Ⅲを勉強することにより数Ⅱの復習になるが，その分，数Bは置き去りにされるのかもしれない．

A11：「共通な弦」という表現がわかりにくかったか．「2円の共有点を通る直線」とすれば生徒にとって少し易しくなるように思える．

B3：ベクトルは苦手であるが，3点（または4点）が同じ直線上にある（または平行である条件は，決まった計算をするだけ（図形的に考えたりする必要がない）なので，正答率，自信率ともに良かった．

B7：rの3次関数をつくり微分する．問題が式で与えられていると易しいが，式を立てるとなるとできなくなる生徒はいると思う．

B10：底を3にそろえる．真数が1より大きい小さいか，真数が底より大きい小さいか考える等で済む問題である．また，例えば不等式を証明せよならできるが，大小を調べてから証明せよだとなかなかできない．

B11：上で述べた通りベクトルは苦手であるが， $\vec{a}+\vec{b}$ のところは $\vec{b}$ だけなら生徒にとっての印象は随分違うものと思う．

C1：単に指数法則を使うだけなので，易しい．正答率，自信率をもっと良くて不思議でない．

C 5 : 2 倍角の公式. 数Ⅲでも良く使うことから, 正答率 6 3 . 2 % は高いとは言えない.

C 8 : A 1 1 のように 2 つの図形の式どうしを引く問題は良くあるが, C 8 のように 2 つの図形の式どうしをたす問題はあまりないので, その分できなかったように思われる.

C 9 : 上で述べた通りベクトルは苦手である. 位置ベクトルで考えても良いし, 余弦定理でも良い. 多様な考え方ができるところが良い問題だが, 生徒にとってはそれがわかりにくい原因になるのかもしれない.

D 1 : 漸化式, 階差数列, 四角数の問題. このように教科書や問題集でよく見かける問題は正答率, 自信率ともに高い.

D 2 : 正答率, 自信率ともに高い. 極小値をグラフの点として問われることは少ないので, 戸惑った生徒がいるかもしれない.

D 1 1 : 正答率が 1 5 . 4 % と低い. 教科書の章末にもあるが, 結果の式を与えて証明問題として出されている. $\sin \theta$ を聞いているが, $\cos \theta$ にすればもう少しできていたと思う.

最後に, 正答できない, 自信がない生徒の全体的な傾向として

- ・ 初めて見る問題 (問題の意味を理解した上で解こうとしているか)
- ・ 広い範囲の問題 (一年以上前に習ったことが今でも身についているか)
- ・ 2 つ以上の分野にまたがる問題 (複合的に考えられるか)

があげられる. 例えば, まじめに勉強していて定期考査では良い点が取れるが, 模擬試験や入試となるとなかなか良い点が取れない生徒がいる. このレベルの高等学校の多くの先生方はこのような課題に気づいているのではないかと考えている.

2.5.3 数学Ⅲの問題について

須田 学 (筑波大学附属中学・高等学校)

数学Ⅲの問題の正答率, 自信率は以下の表にまとめられる.

問題	科目	内容	正答率	自信率	問題	科目	内容	正答率	自信率
A02	数Ⅲ	複素数平面	75.1	49.3	C03	数Ⅲ	平面上の曲線	71.6	39.5
A04	数Ⅲ	微分法	62.3	28.9	C04	数Ⅲ	関数の極限	66.0	33.6
A05	数Ⅲ	微分法	59.9	22.9	C06	数Ⅲ	微分法	61.1	32.4
A06	数Ⅲ	微分法	61.9	35.8	C07	数Ⅲ	平面上の曲線	49.5	20.9
A09	数Ⅲ	微分法	52.5	24.4	C11	数Ⅲ	複素数平面	15.9	5.8
B01	数Ⅲ	積分法	86.3	62.7	D05	数Ⅲ	微分法	81.4	48.4
B04	数Ⅲ	微分法	69.6	38.7	D06	数Ⅲ	複素数平面	67.6	38.0

B05	数Ⅲ	微分法	71.2	32.8	D07	数Ⅲ	微分法	49.7	20.4
B06	数Ⅲ	微分法	60.8	18.1	D08	数Ⅲ	積分法	48.4	18.3
B09	数Ⅲ	微分法	35.5	12.6	D09	数Ⅲ	微分法	39.4	12.7

ここでは、「複素数について旧課程と現行過程の差が分かる問題」、「選択式と記述式を両方作った問題」について考察する。

○複素数について旧課程と現行過程の差が分かる問題

A02	$z = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$ のとき、 z^3 は次のどれですか。								
(ア)	0	(イ)	1	(ウ)	i	(エ)	$\frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{i}{8}$	(オ)	$\frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{i}{8}$

【反応率】

	ア	イ	ウ (正答)	エ	オ
15 年度	1.3 %	5.4 %	75.1 %	8.3 %	9.3 %
14 年度	1.1 %	5.7 %	75.2 %	9.4 %	7.7 %
13 年度	3.3 %	5.0 %	66.4 %	13.9 %	9.9 %

旧課程の 13 年度と比べて、現行過程の 14・15 年度は正答率が 9 ポイント程度増えている。誤答としては、(ア) が 2 ポイント程度、(エ) が 5 ポイント程度、それぞれ減っている。現行課程において、代数的にも証明が可能なド・モアブルの定理を扱うことによって、3 乗の式の展開の間違えによる誤答である (エ) の反応率が大きく下がった。複素数平面を学ぶ重要性が感じられる。

C11	点 A(2, 1) を原点を中心に、半時計回りに 60° 回転し、さらに 2 倍に拡大した点を B とします。点 B の座標を求めなさい。								
-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--

【反応率】

	正答率	自信率	誤答率	無答率
15 年度	15.9 %	5.8 %	54.8 %	29.3 %
14 年度	18.5 %	8.3 %	52.7 %	28.8 %
13 年度	22.4 %	9.8 %	63.7 %	13.8 %

13 年度は旧課程なので、行列で解答していて、14・15 年度は現行課程なので、複素数平面で解答しているはずである。正答率は年々減少している。一方、無答率は年々増加している。旧課程において行列を早い段階で学び、現行課程において複素数平面の幾何的扱いが後回しにされている可能性もある。また、旧課程の方の結果がよいのは、旧

課程における行列の定番の問題であるからかもしれない。

D06 複素数 z の絶対値は $\sqrt{2}$ で、偏角は $\frac{3\pi}{4}$ であるとき、 z は、つぎのどれと等しいですか。

(ア) $\frac{i-1}{\sqrt{2}}$ (イ) $i-1$ (ウ) $\sqrt{2}(i-1)$ (エ) $i+1$ (オ) $\frac{i+1}{\sqrt{2}}$

【反応率】

	ア	イ (正答)	ウ	エ	オ
15 年度	6.2 %	67.6 %	16.1 %	5.6 %	3.6 %
14 年度	7.6 %	62.8 %	16.7 %	6.6 %	4.9 %

15 年度は、正答率が 4.8 ポイント増加した。一方、期待正答率は 80%であり、教師評価は 15 年度が 56.8%，14 年度が 57.2%でほぼ変化がない。正答率がよくなったのは、教える側の教員がこの分野に慣れてきたのが要因かもしれない。

○選択式と記述式を両方作った問題

C06	関数 $y=3x^3+6x^2+kx+9$ のグラフの変曲点における接線の傾きが 0 となるとすれば、 k の値はいくらですか。								
(ア)	0	(イ)	1	(ウ)	2	(エ)	3	(オ)	4

A09	関数 $y=3x^3+6x^2+kx+9$ のグラフの変曲点における接線の傾きが 0 となるとすれば、 k の値はいくらですか。				
-----	--	--	--	--	--

【反応率・正答率】

C06 (選択式)	ア	イ	ウ	エ	オ (正答)
	10.7 %	4.2 %	7.5 %	14.7 %	61.1 %
A09 (記述式)	正答率 52.5 %				

正答率の差は 8.6%で、そこまで大きな差ではなく、選択式でも、生徒の理解を測りやすい問題と言える。解法としては、 $f'(x)=9x^2+12x+k$ 、 $f''(x)=6(3x+2)$ を計算して、 $f''(x)=0$ を満たす $x=-\frac{2}{3}$ の値の前後で $f''(x)$ の符号が変わることを確認し、 $f'\left(-\frac{2}{3}\right)=0$ から $k=4$ を得ればよい。選択肢が単なる数なので、正答があったとしても、解法のヒントになりにくく、また、選択肢から正答を予想することも難しい。記述式の採点の手

間を考えると、このような問題は選択式で出題した方がよいとも考えられる。今後、同じような傾向が続くか、注目していきたい。

C07	座標平面上で、時刻 t における動点 M の座標 (x, y) は、 $\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 2 \cos 2t - 1 \end{cases}$ です。 点 M の軌跡は、つぎのどれですか。 (ア) 直線 (イ) 半円 (ウ) 半楕円 (エ) 放物線 (オ) うずまき線
B09	座標平面上で、時刻 t における動点 M の座標 (x, y) は、 $\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 2 \cos 2t - 1 \end{cases}$ です。 点 M の軌跡はどのような図形ですか。

【反応率・正答率】

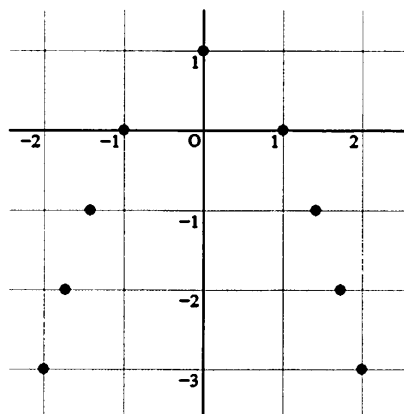
C07 (選択式)	ア	イ	ウ	エ (正答)	オ
	4.3 %	8.7 %	25.1 %	49.6 %	11.2 %
B09 (記述式)	正答率 35.5 %				

正答率の差は 14.1%であり、本当に生徒が理解しているかを測るために、記述式で出題する意味のある問題と言える。 $y = 2(1 - 2\sin^2 t) - 1 = 1 - 4\sin^2 t = 1 - 4x^2$ で放物線と判断できるが、定義域に $-2 \leq x \leq 2$ の制限が付くことにも注意させたい。特に選択式であれば、具体的に t の値を代入して点をプロットすることで、選択肢を絞ることが可能である。例えば、

$$t=0 \text{ のとき } (0, 1), \quad t=\pm\frac{\pi}{6} \text{ のとき } (\pm 1, 0), \quad t=\pm\frac{\pi}{4} \text{ のとき } (\pm\sqrt{2}, -1),$$

$$t=\pm\frac{\pi}{3} \text{ のとき } (\pm\sqrt{3}, -2), \quad t=\pm\frac{\pi}{2} \text{ のとき } (\pm 2, -3)$$

のように、9 個の点をプロットした図を描くと、



のようになり、「(ウ) 半楕円」か「(エ) 放物線」であることが分かる。 $(0, 1)$ が頂点の放物線と予想して、 $y = ax^2 + 1$ とおけば、 $(1, 0)$ を通ることより $a = -1$ から、 $y = -x^2 + 1$ を得る。9 個の点は、すべてこの放物線上にあるので、選択式であれば「(エ) 放物線」に限定できる。もちろん、数学的には $2\cos 2t - 1 = -(2\sin t)^2 + 1$ を確認して、初めて正答になるが、記述式でも、三角関数の式変形だけで結論を得るよりも、より実感を持つことができる。また、三角関数の式変形だけでは簡単に x と y の関係が見つからないときにも、図形を予想する手段として有効である。教科書や参考書では、導入部分を除くと綺麗な解答だけが載っていることが多く、「なぜそのような式変形をするのか」と生徒が疑問に思う場合がある。そのためにも、具体的な実験を踏まえて予想し、そこから解答を得る体験も重要であり、実際の授業でも扱って欲しい。

2.6 付帯調査：教師質問紙からの分析

半田 真（東京女学館中学校・高等学校）

本学力調査では節末のようなアンケートを調査実施校の先生方をお願いした。今回は対象校の先生方 147 名に回答して頂いた。そのアンケートについて次の 6 項目の分析を行った。なお、回答数 147 名の内 5 名は記入がほとんど無かったため集計からは除き、有効回答数 142 名について分析した。

- 回答教員について
- 「数Ⅰ：データの分析」の扱いについて
- 「数Ⅱ：整数の性質」の扱いについて
- 次期学習指導要領に対する自由記述欄
- 過去の生徒との学力比較
- SIMS 調査アンケートとの比較

性別	人数
男	121
女	18
無回答	3

表 1

回答教員について

回答に協力頂いた先生方の性別は表 1 の通りである。

また、教職経験年数は 5 年ごとに区切って集計したところ表 2 の度数分布表及び図 1 のヒストグラムを得た。

教員の年齢構成をほぼ反映した形になっており、新卒採用を前提に考えると 32 才～37 才位の教員が最も多いと思われる。また、52 才前後の教員も多いと思われる。

授業形態の内訳は図 2 の円グラフの通りである。教科書中心と演習問題中心がほぼ同数で、2 つを合わせると全体の 3/4 を占める。予想された結果ともいえる。

教職歴と授業形態については、図 3 の帯グラフの通りである。教員歴 25 年までの教員は演習問題中心の授業形態をとる者が一定割合いることが分かる。一方、26 年以上教員歴のある教員は教科書中心の割合が多いことが分かる。

図 1

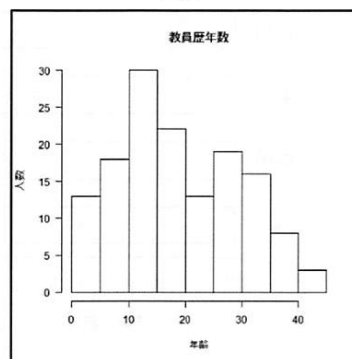
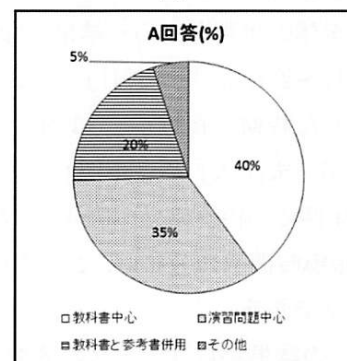


図 2



数学Ⅰ：データの分析について

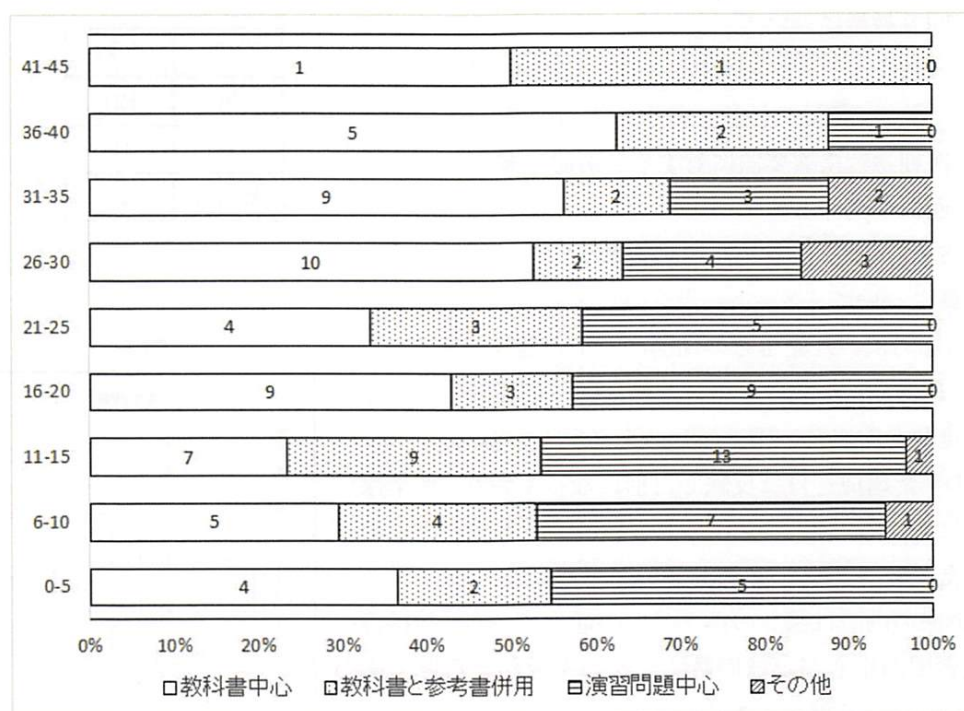
学年について空欄のデータは削除して分析した。ただし、「不明」、「特になし」等といった回答については「無回答」として集計した。その結果、対象となるデータ数は 136 件である。

指導時期については、対象学年「高一」が最も多く 119 件、「中 3」が 7 件、「高二」は 3 件であった。全体の 9 割弱が高一で指導していることが分かる。

年数	0-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45
人数	13	18	30	22	13	19	16	8	3

表 2

図 3



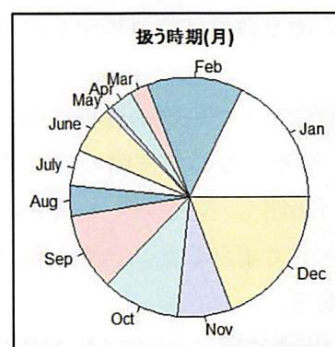
扱う時期は12月から2月にかけてが多く、この3ヶ月間で全体の半数を占める結果となった。なお、この集計では、

「12～2月」、「1～2月」のような回答はこちらで期間の長さそうな時期を判断して「1月」として集計している。また時期が「未記入」や「不明」のものは削除して集計した結果124件での円グラフ（図4）となっている。

指導時間数の分布は、表3の通りであり、図5はその円グラフである。

この結果から「データの分析」を6時間から10時間で扱っている場合が非常に多いことが分かる。全体の6割弱である（図5）。また、図6からQ3=10が分かり回答校の3/4が10時間以下で指導していることも分かる。

図 4



時間数 x	無回答	0 時間	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$
度数	19	4	23	80	5	5

表 3

図 5

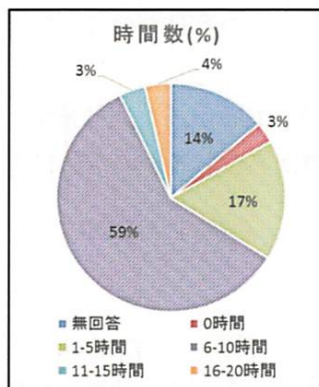


図 6

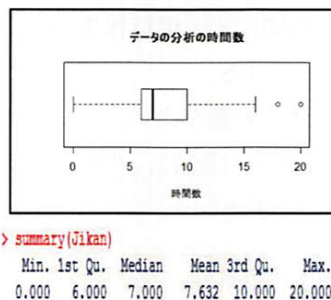
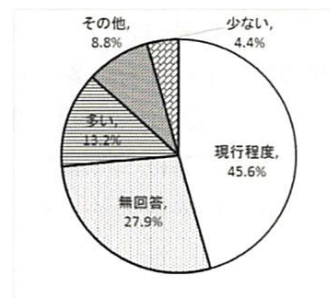


図 7



社	教科書名	時間数	平均時間
T 社	数学 I	12	12.0
	新編数学 I	11	
	新数学 I	13	
J 社	数学 I	11	11.7
	新版数学 I	9	
	高校数学 I	15	
K 社	詳説 数学 I	13	13.0
	数学 I	13	
	新編数学 I	13	
S 社	数学 I	10	10.6
	高等学校 数学 I	10	
	新編 数学 I	10	
	最新 数学 I	12	
	新 高校の数学 I	11	

各教科書会社の配当時間数 (単位:時間)

表 4

時間数 x	無回答	0 時間	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$
度数	27	5	7	43	28
時間数 x	$15 < x \leq 20$	$20 < x \leq 25$	$25 < x \leq 30$	$30 < x \leq 35$	$35 < x \leq 40$
度数	16	5	2	1	1

表 5

一方、検定教科書各社が定める時間数は表 4 の通りであり、Q1≒10 等 (図 8) から、本調査に参加した高校での「データの分析」にかかる時間数は教科書会社各社が想定している時間数に比べてだいぶ少ないことが分かる。

図 8

Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
9.00 10.25 11.50 11.64 13.00 15.00



統計の指導が必修になり、センター試験でも出題されるようになったが、教育現場ではあまり積極的に指導しようとはしていないようだ。「意見」の欄には「やらせる意味が分からない（ウ：多い）」といった意見もあった。このような意見があるとは（1 件のみではあるが）残念なことである。一方で、「現中 1 からはこの内容が重視されることを期待している」という意見も見られるが、「6 時間、イ：現行程度の扱い」の学校の意見なので、統計の指導には未だ課題が多いように思われる。

しかし、扱いとしては「現行程度」の量がよい、という意見が最も多かった。「（量が）多い」との回答は 13%程度にとどまった（図 7）。その一方で「無回答」も多いのが気になる。今後の様子を見ていきたいものである。

数学 A：整数の性質について

「データの分析」と同様に、学年について空欄のデータは削除して分析した。ただし、「不明」、「特になし」等といった回答については「無回答」として集計した。その結果、対象となるデータ数は 135 件である。

指導時期については、対象学年「高一」が最も多く 105 件、「中 3」が 8 件、「高二」は 10 件、「高三」は 3 件であった。

扱う時期は 1 月・2 月が多く、次いで 10 月・11 月が多い。この集計でも「12～2 月」、「1～2 月」のような回答はこちらで期間の長さそうな時期を判断して「1 月」として集計している。また時期「未記入」や「不明」のものは削除して集計した結果 117 件での円グラフ（図 9）となっている。

指導時間数は、表 5 のようになった。それをグラフにしたのが図 10～11 である。

この単元も 6～10 時間が多く、中央値が 10 と半数が 10 時間以上割いて指導していることが分かる。

また自由記述欄には以下のような意見もあった。

- 数遊び的な内容が増えることが望ましいと思っている
 - 整数は多分野と重複する部分が多いので、高 2 の後半や高 3 辺りでも良いと思う
- また、扱う時間数はこちらも「現行程度」が多く、46.1%と半数近い回答であった。

自由意見

- ◇ 計算だけの行列ではなく、1 次変換まで学習できたらと考えている
- ◇ 行列は勉強させた方がよい（3 件）
- ◇ 行列、期待値は是非入ってほしい
- ◇ 出し入れが多いのは望ましい事なのか、或は時間数と内容量のバランスはどうか、疑問に感じる
- ◇ 微分方程式が復活できるとよいのでは
- ◇ 平面図形の内容（作図、基本的百定理など）については、中学校で教えるようにして、整数や数Ⅲの時間をもっと増やして教えた方がよいと思う

といった意見があった。行列は必要と感じている先生方はもっと多いのかもしれない。1次変換や微分方程式までいくと現代化の頃を懐かしんでいるようにも思われるが、理数系を目指す高校生にはそこまで学習してほしいと筆者も思う。また、平面図形に関する意見も見られたが、複素数を用いた初等幾何の扱いをもっと取り入れてよいように感じるが、他の先生方のご意見はいかがだろうか？

過去の生徒との学力比較

1 つでも未記入等があったデータは削除して集計している。その結果、総数は 129 件である。

回答してくれた先生方の感触ではあるが、どの時代と比較しても「下がっている」という回答が多いことに驚かされる(図 12)。本調査では多少の変動があるものの大幅に下がっている印象はないが、少しずつ下がってきているのも確かである。今後は「上がった」と思えるように指導していきたいものである。

SIMS 調査アンケートとの比較

SIMS 調査の際の教師アンケート 15 問の内 10 問について聞いた。(詳細は巻末アンケート用紙参照)なお、無回答箇所がひとつでもあるものは削除して分析した。その結果、分析対象は 142 件である。

1 つの質問に対し回答を

ア. 全く違う イ. 少し違う

ウ. どちらともいえない

エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ

の中からひとつ選ぶ形で聞いている。

今回も 2013 年度の調査報告書に従い「ア+イ：その通り」、「ウ：どちらともいえない」、「エ+オ：違う」の三つに集計し直して分析を行うこととした。その結果を SIMS 時のアンケート結果と比較したのが表 6 及び図 14 である。

表 6 では SIMS 時のアンケート結果との違いを見るために、各問ごとに χ^2 値を算出し、独立性の検定を有意水準 5%で行った。その結果、有意差が認められなかったものには「ns」を記入している。

2015 年度と SIMS とで明らかに違いが見られたのは Q3 のみである。(2013 年度調査では Q1, Q3, Q7 の 3 項目に

図 9

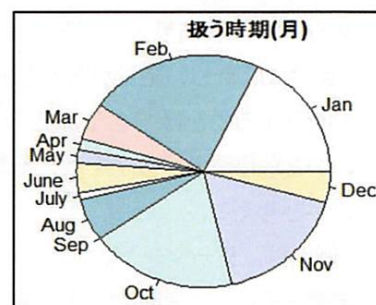


図 10

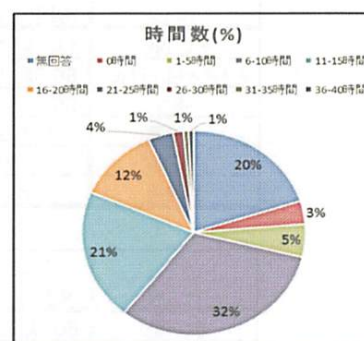


図 11

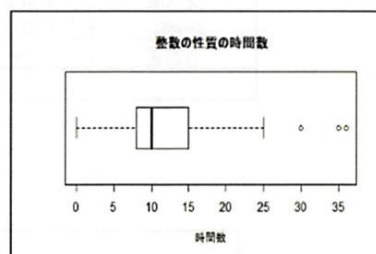
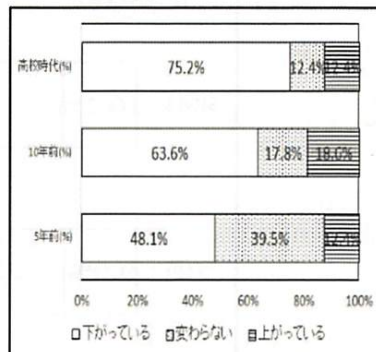


図 12



違いが見られた。)

今回、唯一違いの見られた Q3 の質問内容は「数学では、たえず新発見がおこなわれている。」である。Q3 回答結果を今回と SIMS とで比較を行うと図 13 の様になっている。

数学には新しい発見があると感じていない先生方が増えてきているのであろうか。この調査だけで断言することはできないが、数学を教える教員に現代数学に対しての関心の薄さがあるのではないかと危惧する。数学を教える教員として、現代数学の動向にもっと関心を示すことも必要ではないかと考える。

例えば、リーマン予想の解決がなされたか否かや、日本の数学者（例えば、伊藤清先生など）の業績とその応用範囲などを授業中の話題として盛り込むような工夫をしてみてもはどうであろうか。

	Q1		Q2		Q3		Q4		Q5	
	今回	SIMS	今回	SIMS	今回	SIMS	今回	SIMS	今回	SIMS
その通り	14.1%	22.7%	58.5%	72.4%	33.8%	56.5%	64.8%	67.6%	88.7%	81.6%
どちらともいえない	50.0%	53.1%	30.3%	19.3%	43.0%	31.4%	23.2%	25.6%	8.5%	15.0%
違う	35.9%	22.2%	11.3%	6.3%	23.2%	10.2%	11.3%	4.8%	2.8%	1.4%
χ^2 値	5.3138		5.3143		12.5578		2.7930		2.5406	
p-value	0.0702		0.0702		0.0019		0.2475		0.2807	
有意差	ns		ns				ns		ns	

	Q6		Q7		Q8		Q9		Q10	
	今回	SIMS	今回	SIMS	今回	SIMS	今回	SIMS	今回	SIMS
その通り	80.3%	83.1%	54.9%	68.6%	91.5%	92.3%	64.8%	63.2%	83.1%	78.3%
どちらともいえない	17.6%	11.1%	38.7%	23.7%	7.0%	4.8%	28.9%	30.4%	16.2%	16.4%
違う	2.1%	1.9%	6.3%	4.9%	1.4%	0.0%	6.3%	2.9%	0.7%	2.4%
χ^2 値	1.4531		5.2645		1.7742		1.2525		1.0338	
p-value	0.4836		0.0719		0.4118		0.5346		0.5964	
有意差	ns		ns		ns		ns		ns	

by R 3.0.3.

表 6

図 13

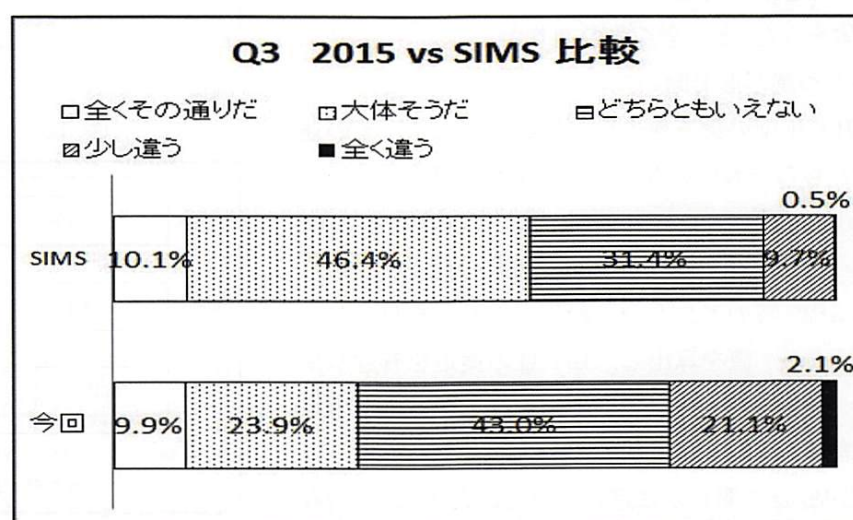
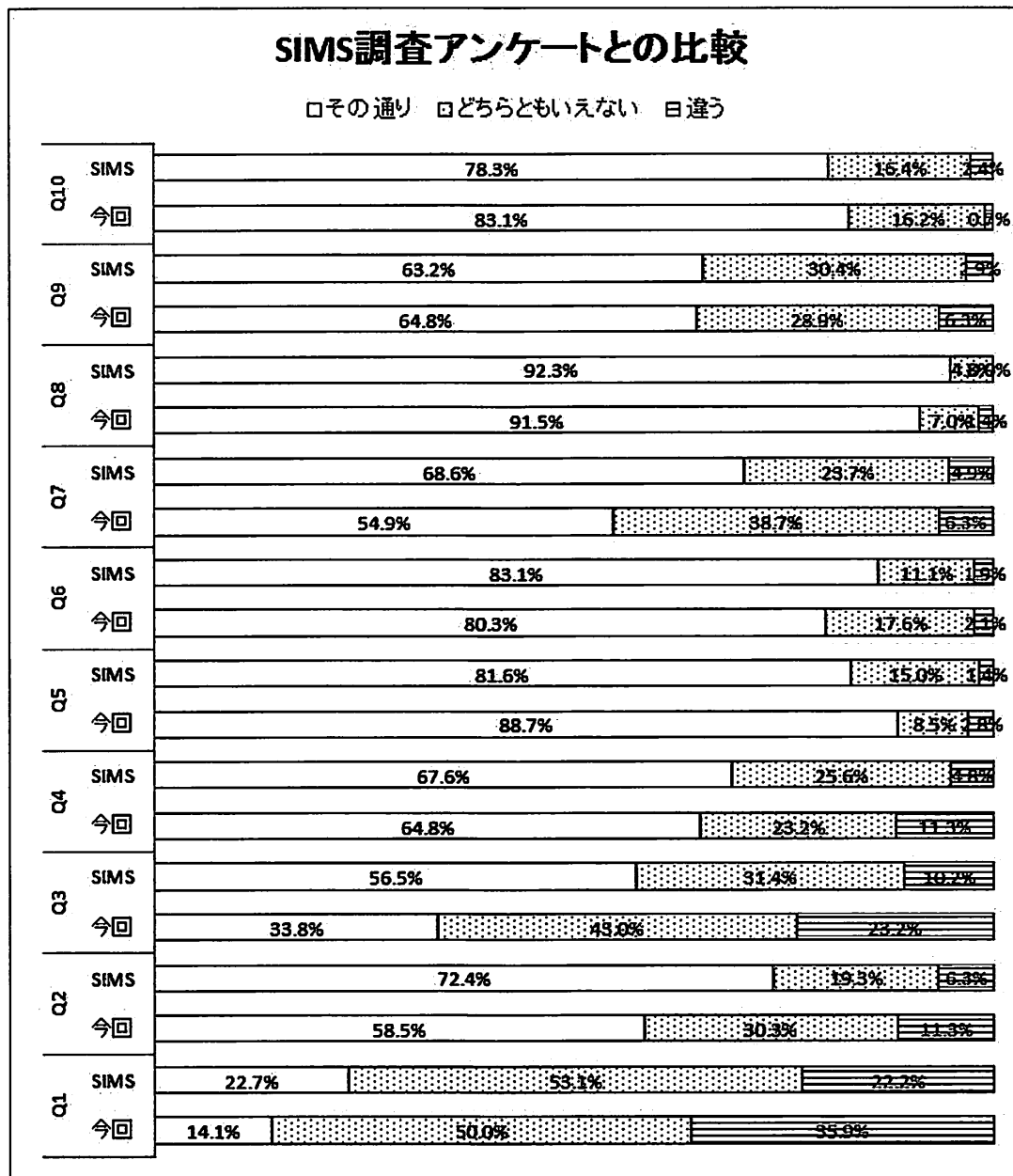


図 14



教師質問紙：先生の率直なご意見をお聞かせください。

性別（いずれか○）： 男 女	教職経験年数： 約 年
---------------------	------------------

- A. 先生が担当しているクラスの授業形態は、次のどれに当てはまりますか。
 ア. 教科書中心 イ. 教科書と参考書併用 ウ. 演習問題中心 エ. その他（ ）

- B. 現行の（1）数学Ⅰ：データの分析，（2）数学A：整数の性質について，① 指導時期と指導時間数（記入例：高1，1月，8時間程度），② ア～エの項目から選んで内容に対するご意見，をお聞かせください。
 ア. 少ない（入れたい内容） イ. 現行程度（内容の一部入れ替えも含む） ウ. 多い（削除する内容） エ. その他

(1) データの分析	① 指導時期：
	② ご意見（項目： ）：
(2) 整数の性質	① 指導時期：
	② ご意見（項目： ）：

- C. これから検討される高校の新学習指導要領の内容について，ア.行列の復活，イ.入れたい内容，削除したい内容，ウ.その他，などを念頭において，ご自由にご意見をお書きください。

--

- D. あなたの学校の生徒を見て，次の時代の生徒の学力と比較して，推測してください。

ア. 上がっている イ. 変わらない ウ. 下がっている
 (1) 5年前（ ） (2) 10年前（ ） (3) あなたの高校生時代（ ）

- E. 以下の1～10の項目は1980年国際数学教育調査での教師質問紙の一部です。それぞれに当てはまる選択肢に○で囲んでください。当時の結果と比較して報告します。

- 数学は近い将来急速に変化するだろう。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ
- 数学は，自分で新しいことを考えていこうとする人にとって適した学問である。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ
- 数学では，たえず新発見がおこなわれている。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ
- 数学を勉強すると，厳密な規則に従って考えることができるようになる。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ
- 概算・概測することは，大切な数学的能力の一つである。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ
- ほとんどの数学の問題には，いろいろな解き方がある。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ
- 数学ではきまりきったやり方を使わなくても問題は解ける。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ
- うまくいかなかったら別の方法でやり直すというやり方(試行錯誤)は，数学の問題を解くのによく使われる。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ
- 数学の問題は，いつもいろいろな方法で解くことが出来る。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ
- 数学を勉強すると，筋道を立てて考えることが出来るようになる。
 ア. 全く違う イ. 少し違う ウ. どちらともいえない エ. 大体そうだ オ. 全くその通りだ

ご協力ありがとうございました。

第3章 IRT（項目反応理論）による調査結果の分析

今年度のIRTによる分析は昨年度までと同様に、①各問題の困難度・識別力の推定、②それらの等化、③等化した結果を利用した受験者の能力値の推定を行い、平均値や経年推移とともに、能力値分布、テスト情報量、項目情報量についての分析を行った。

今年度は、それに加えて、調査結果の分析にIRTを適用するための前提条件についても考察を行った。これは卒研生の協力によって、「Rによる項目反応理論」（加藤健太郎、山田剛史、川端一光著、オーム社）（当書籍には、本基礎学力調査に関する記述がある。）を参考に統計ソフトRを用いて分析した結果を得たので、それを本稿の前半に述べる。後半では、平均能力値の推移、テスト情報量および能力値階層別の正答率の推移についても述べる。なお、本稿では、2016年1月23日開催の東京理科大学数学教育研究会月例会での発表パワーポイント画像を使用した。

本稿の目次は次のとおり。（ただし、§2.4は省略する。）

- §1. IRTの概要
- §2. IRTによる分析:
 - 1. 一次独立性
 - 2. 局所独立性
 - 3. ノンパラメトリック特性曲線
 - 4. トレースライン
 - 5. 項目パラメータ
 - 6. 項目適合度
 - 7. 平均能力値の推移
 - 8. テスト情報量
 - 9. 能力値階層別推移



統計ソフトRを用いて分析
IRT用のパッケージが多数ある。irt, ltm, plink...

2

§1. IRT の概要

§1 IRTの概要

IRT (Item Response Theory, 項目反応理論)

ある分野(例えば高校数学)の複数の問題(項目)で構成される問題セットに試験を、ある集団(例えば、理系の大学受験生)の多数の受験者に受けさせて、その各問題への正答・誤答の結果(反応)から、問題の特性(困難度、識別力)と受験者の能力値を推定する現代テスト理論の1つ。

・IRTの利点

- ✓ 試験結果から問題の困難度等の特性と受験者の能力を同時に推定可能(項目パラメータの推定と能力値の推定)。
- ✓ 異なる問題セットを用いた試験結果の間でも同一尺度の能力値で比較可能(項目パラメータの等化により可能)。
- ✓ 受験者集団に適した問題セットを作成可能(テスト情報量等の指標により、対象集団の能力値範囲を精度良く推定可能な問題セットを作成できる)。

・IRTの適用例

TOEFL、語彙・読解力検定、TOMAC、
おそらく、新テスト「大学入学希望者学力評価テスト(仮称)」など

3

§1 IRTの概要

問題 j に対する2パラメータロジスティックモデルの項目反応曲線 (ICC)

能力値 θ の人が問題 j に正答する確率を

$$P_j(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-Da_j(\theta - b_j)}}, \quad D = 1.7$$

$a_j (> 0)$ 識別力パラメータ ...2015年の平均は0.77

b_j 困難度パラメータ

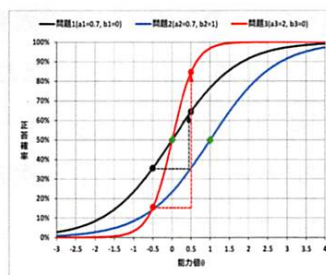
4

§1 IRTの概要

2PLモデルICCの形状と特性

$$P_j(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-Da_j(\theta - b_j)}}, \quad D = 1.7 \quad P_j(b_j) = \frac{1}{4} Da_j$$

ロジスティックモデルのICCの形状は変曲点の位置と変曲点での傾きに規定される。2PLモデルの場合、変曲点の位置は正答確率が50%となる能力値。



・困難度パラメータ: b_j
ICCの変曲点の位置、すなわち正答確率が50%になる能力値。この値が大きいほど問題が難しい。左図では問題1より問題2の方が困難度が高い(緑色の点)。

・識別力パラメータ: a_j
ICCの変曲点での傾きに比例するパラメータ。この値が大きくなると傾きが急になり、変曲点付近で正答確率が急激に増大。能力値推定でこの値が大きい問題を用いるほど精度が向上。左図では、識別力の低い問題1(黒い曲線)では、能力値が-0.5~0.5の範囲で正答確率が35~65%しか変化しないが、識別力が高い問題3(赤い曲線)では、15~85%も変化している。

5

IRT適用の前提条件として、「一次元性」と「局所独立性」がある。

§ 1 IRTの概要

IRT適用の前提条件

- ・《一次元性》
IRTで推定できる対象分野の能力は単一の能力値で評価できる。
- ・《局所独立性》
各問題への反応は互いに独立である

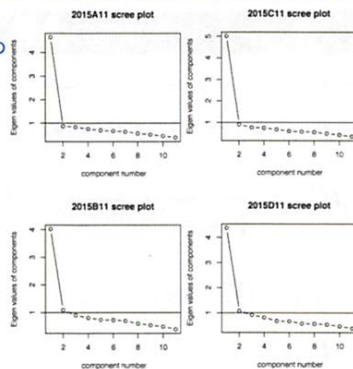
§ 2. 基礎学力調査結果の分析

§ 2.1. 一次元性

§ 2 基礎学力調査結果の分析

一次元性:

四分相関係数行列の
固有値



上図は、因子分析の考えを適用し、変数の背後にいくつの潜在因子が仮定できるかを四分相関係数行列の固有値を求めて、因子数の見当をつけたものである。第一因子の固有値（四分相関係数行列の最大固有値）が4～5と、第二因子以下の固有値（1程度以下）に比べて卓越しており、「能力値」という一つの値が問題の正答率をコントロールしていることが見て取れる。すなわち、一次元性が成立していると見ることができる。

§ 2.2. 局所独立性

局所独立性は「ある項目に正答したかどうかは、他の項目に正答するかどうかに影響を与えない」、すなわち、能力値別に、例えば項目1に正答した受験者が項目2に正答する割合と、項目1に誤答

した受験者が項目2に正答する割合が等しいことである。

§ 2 基礎学力調査結果の分析

局所独立性:

2015A 11問										
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]
[1]	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[2]	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0
[3]	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0
[4]	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0
[5]	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0
[6]	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0
[7]	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0
[8]	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0
[9]	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0
[10]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
[11]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

上図では、Yen の Q3 統計量（の絶対値）が、目安となる 0.2 を超えている 2 問題に対して「100」を印として付した。例えば、B5 と B9 の Q3 統計量は -0.215 で 0.2 をわずかに超えており、検討の有無の参考となる。

2015B5

Q3統計量
-0.215

5. 時刻 t ($t > 0$) において、座標平面上の点 (x, y) が

$$\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = \log(1 + 2t) \end{cases}$$

と表されるとき、時刻 t での速度ベクトルは、つぎのどれになりますか。

- (ア) $(e^{-t}, \log(1 + 2t))$ (イ) $(e^{-t}, \frac{1}{1 + 2t})$ (ウ) $(-e^{-t}, \frac{2}{1 + 2t})$
 (エ) $(-e^{-t}, \frac{1}{1 + 2t})$ (オ) $(-1, \frac{1}{t})$

2015B9

Q3統計量
-0.226

9. 座標平面上で、時刻 t における点 M の座標 (x, y) は、

$$\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 2 \cos 2t - 1 \end{cases}$$

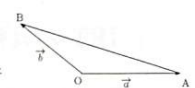
です。点 M の軌跡はどのような図形ですか。

2015B11

11. $\triangle OAB$ において、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とします。実数 x, y が、

$$0 \leq x + y \leq 1, 0 \leq x, 0 \leq y$$

の範囲を動くとき、 $\vec{OP} = x\vec{a} + y(\vec{a} + \vec{b})$ を満たす点 P の存在する範囲を図示しなさい。



しかし、この場合、実際の問題を見ると、特段の相互の依存性があるとは考えられないであろう。他の組についてもその値は 0.2 をわずかに超えている程度である。

§ 2.3. ノンパラメトリック特性曲線

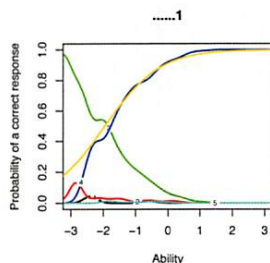
選択肢問題に関して、横軸に能力値をとり、能力値別に各選択肢の選択割合を図示したものをノンパラメトリック特性曲線という。これらの結

果は、受験者がどのような理由で誤答したかの検討の参考にもなるであろう。

以下に、特徴的な4問題を示す。

§2 基礎学力調査結果の分析

2015A1



1. 同じテストを2つのクラスで実施しました。1組は、20名で平均点12.3、2組は、30名で平均点14.8でした。50名全体では、平均点は、つぎのどれですか。

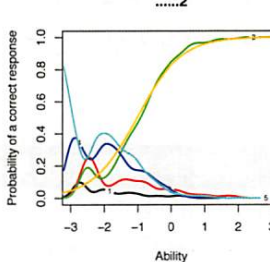
(ア) 12.55 (イ) 13.3 (ウ) 13.55 (エ) 13.8 (オ) 14.3

10

上図の問題A1では正解は選択肢4であるが、「自信度」の結果から)能力値の比較的下位の受験者が選択肢3を「自信をもって」選択している。

§2 基礎学力調査結果の分析

2015A2



2. $x = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$ のとき、 x^3 はつぎのどれですか。

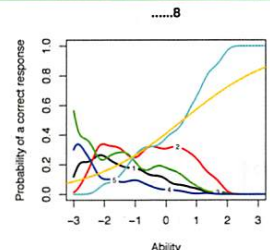
(ア) 0 (イ) 1 (ウ) i (エ) $\frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{1}{8}i$ (オ) $\frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{1}{8}i$

11

上図のA2問題は、2~5の選択肢が比較的万遍なく選択されている。

§2 基礎学力調査結果の分析

2015C8



8. 直線 l の方程式は $ax + by = 0$ 、直線 m の方程式は $px + qy + r = 0$ ($r \neq 0$) です。 l と m が点 P で交わるとき、方程式

$$(a+p)x + (b+q)y + r = 0$$

の両直線について、つぎのどれがあてはまりますか。ただし、 O は原点とします。

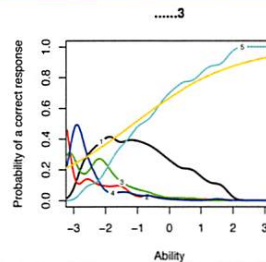
(ア) l と m の両方に垂直である。 (イ) l 、 m と二等辺三角形を作る。
(ウ) OP に平行である。 (エ) O を通る。
(オ) P を通る。

13

この問題C8は、正答(選択肢5)を選択しているにもかかわらず自信あり25%、あまり自信なし35%、全く自信なし40%であり、自信のない人の多くが正解している。一方で、自信ありなのに、7割の人しか正答していない。

§2 基礎学力調査結果の分析

2015D3



3. 商品を $x \times 10^3$ 個 ($0 < x < 5$) 売ったときの利益 $y \times 10^3$ 円を予想するために、つぎの2つの関係式A, Bを考えました。

$$\text{関係式 A: } y = 6x - x^2, \text{ 関係式 B: } y = 2x$$

関係式Aより関係式Bの方が、多くの利益をあげるような x の範囲は、つぎのどれですか。

(ア) $0 < x < 4$ (イ) $0 < x < 5$ (ウ) $3 < x < 5$
(エ) $3 < x < 4$ (オ) $4 < x < 5$

14

D3問題は、能力値が上位の受験者も多数、自信ありとして選択肢1(誤答)を選択している。

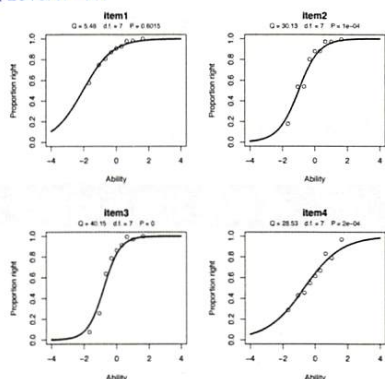
§2.6. 項目適合度

採用しているモデルが、データの振る舞いをうまく捉えているかどうかを判定するためのものである。ICCと能力値によって群分けして求めた実際の正答率を○印で重ねてプロットしたもの。以下にA問題セットだけを示す。

多くの問題がうまくデータを捉えていると考えられるが、例えば、A8問題では、能力値が上位の適合度が若干低いように見える。

§ 2 基礎学力調査結果の分析

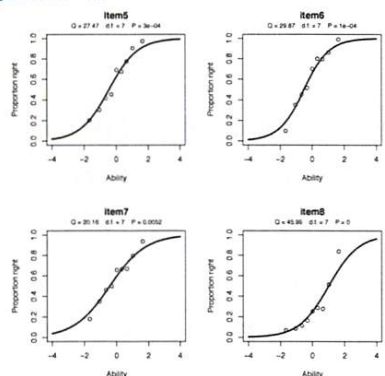
項目適合度 2015A1~A4



17

§ 2 基礎学力調査結果の分析

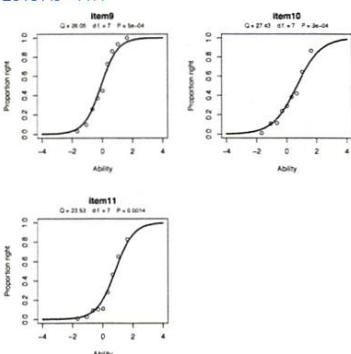
項目適合度 2015 A5~A8



18

§ 2 基礎学力調査結果の分析

項目適合度 2015 A9~A11



19

下図は個人適合度が低い受験者を示している。これらの受験者については能力値の推定が適切でない可能性がある。例えば、A 問題セットの受験者千数百人中 36 人がそうであった。正答誤答のパターンを見ると、やさしい問題に誤答し、難

しい問題に正答しているケースがそれに該当しているようである。

§ 2 基礎学力調査結果の分析

個人適合度 2015 A

```
126 1 1 0 1 0 0 1 1 1 1 1
146 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0
149 0 0 1 1 1 1 1 0 0 1 1
152 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
254 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 1
290 0 0 0 1 1 1 1 0 0 1 0
299 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1
```

36人

20

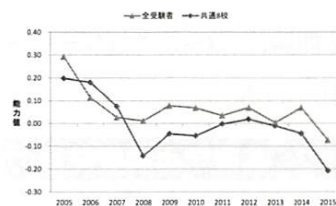
§ 2.7. 平均能力値の推定

下図に見られるように、平均能力値は、2005 年度が飛び抜けて高い。2014 年度は 2005 年度を除き例年並み。共通 9 校平均は 2008 年度に落ち込み、2014 年度は 2009 年度以降とほぼ同じである。2015 年度は両者とも低下していることがわかる。

§ 2 基礎学力調査結果の分析

能力値の推定結果 平均能力値の推移

年度	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	全年度
全受験者数 (満点とり点は除く)	2,033	3,199	4,393	4,913	2,698	3,622	3,894	5,648	5,816	6,138	5,893	48,347
全受験者	0.293	0.114	0.026	0.011	0.078	0.068	0.034	0.070	0.003	0.069	-0.073	0.044
共通9校	0.198	0.181	0.075	-0.142	-0.046	-0.055	-0.003	0.018	-0.011	-0.044	-0.208	-0.019



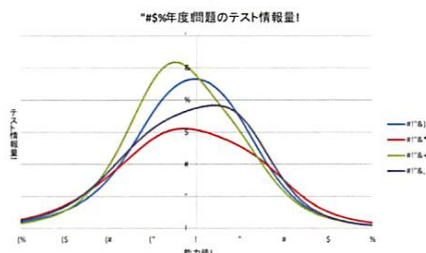
21

§ 2.8. テスト情報量

テスト情報量はどのあたりの能力値の受験生をうまく能力値推定できているかを示している。下図からは、A、C 問題セットは、B、D 問題セットに比べてテスト情報量が高いことがわかる。

§2 基礎学力調査結果の分析

テスト情報量



22

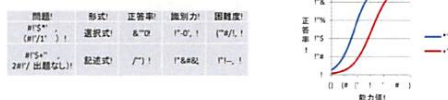
次の図は、出題形式（選択式、記述式）の異なる同一問題の ICC を示している。記述式の方が困難度が高くなる傾向があるが、識別力には大きな違いは見られない。

§2 基礎学力調査結果の分析

出題形式の違う同一問題!



※参考! 4F\$ 年の同一問題.



23

§2.9. 能力値階層別推移

昨年度の調査で、能力値階層別に正答率が低下していた問題については、今年度は若干ではあるが回復していることがわかった。

参考 能力値階層別の正答率の比較(1/2)

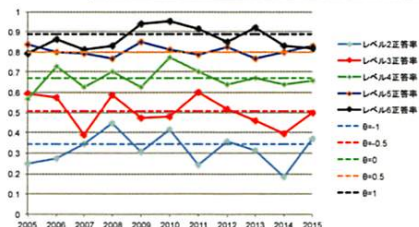
★下位層の正答率が低下していた問題

2014C2=2015A6

識別力: 0.79
困難度: -0.52

5. $\frac{4}{3x-4}$ の導関数は、つぎのどれですか。

(ア) $12\sqrt{3x-4}$ (イ) $\frac{4}{3\sqrt{3x-4}}$ (ウ) $\frac{-2}{(3x-4)^2}$
 (エ) $\frac{-6}{(3x-4)^2}$ (オ) $6\sqrt{3x-4}$



24

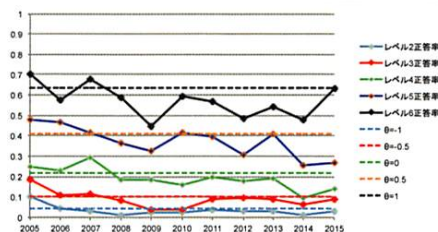
参考 能力値階層別の正答率の比較(2/2)

★上位層の正答率が低下していた問題

2014C10=2015A11

識別力: 1.0803
困難度: 0.6977

11. 座標平面上の2円 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 125$, $x^2 + y^2 = 25$ の共通弦と原点との距離を求めなさい。



25

以上

資料Ⅰ－１ 調査問題

資料Ⅰ－２ 数学問題の解答

資料Ⅱ 問題別，内容，正答率等の統計量

資料Ⅲ 問題別・学校間成績分布

数 学 問 題 (A)

1. 同じテストを2つのクラスで実施しました。1組は、20名で平均点12.3、2組は、30名で平均点14.8でした。50名全体では、平均点は、つぎのどれですか。

(ア) 12.55 (イ) 13.3 (ウ) 13.55 (エ) 13.8 (オ) 14.3

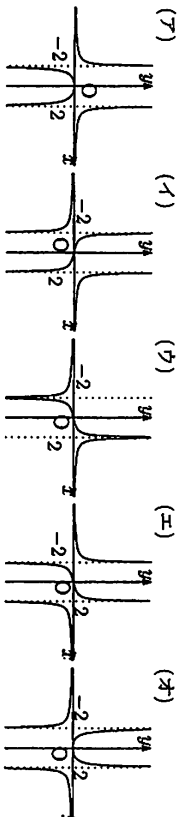
2. $z = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$ のとき、 z^3 はつぎのどれですか。

(ア) 0 (イ) 1 (ウ) i (エ) $\frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{i}{8}$ (オ) $\frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{i}{8}$

3. $3f'(x) = x^2 - 5$ で、 $f(2) = 1$ のとき、 $f(0)$ の値はつぎのどれですか。

(ア) $-\frac{5}{3}$ (イ) $-\frac{2}{3}$ (ウ) $\frac{1}{3}$
(エ) $\frac{25}{9}$ (オ) $\frac{31}{9}$

4. $f(x) = \frac{x}{(x-2)(x+2)}$ のとき、関数 $f(x)$ のグラフは、つぎのどれですか。



5. 放射性元素は、つぎの式に従って崩壊します。

$$y = y_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

ただし、 y は t 日後に残っている元素の量、 y_0 は $t = 0$ のときの y の値を示します。半減期 (その元素の半分が崩壊するまでの時間) が4日である元素の定数 k の値は、つぎのどれですか。

(ア) $\frac{1}{4} \log_2 2$ (イ) $\log_2 \frac{1}{2}$ (ウ) $\log_2 e$
(エ) $(\log_2 2)^{\frac{1}{4}}$ (オ) $2e^{\frac{1}{4}}$

6. $\frac{4}{\sqrt{3x-4}}$ の導関数は、つぎのどれですか。

(ア) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (イ) $\frac{-2}{(3x-4)^{\frac{3}{2}}}$
(エ) $\frac{-6}{(3x-4)^{\frac{3}{2}}}$ (オ) $6\sqrt{3x-4}$

7. ある母集団の平均は5で、標準偏差は1である。この母集団の各要素に10を加えたとき、平均と標準偏差はつぎのどれになりますか。

(ア) 平均15, 標準偏差1 (イ) 平均15, 標準偏差5 (ウ) 平均15, 標準偏差11
(エ) 平均10, 標準偏差1 (オ) 平均10, 標準偏差5

8. x, y は正の実数で、 $y = 4x^3$ とします。

$\log y$ を x 座標、 $\log x$ を y 座標とする点の集合は、つぎのどれになりますか。
(ア) 1点 (イ) 3次曲線 (ウ) 放物線
(エ) 直線 (オ) 指数関数の表す曲線

9. 関数 $y = 3x^3 + 6x^2 + kx + 9$ のグラフの変曲点における接線の傾きが0となるとすれば、 k の値はいくらですか。

10. $\triangle ABC$ の内部の点 P に対して、つぎの等式が成り立つとき、点 P はどのような位置にあるか図示し、説明しなさい。

$$3\overrightarrow{AP} + 4\overrightarrow{BP} + 5\overrightarrow{CP} = \vec{0}$$

11. 座標平面上の2円 $(x-2)^2 + (y-14)^2 = 125$, $x^2 + y^2 = 25$ の共通な弦と原点との距離を求めなさい。

【以上】

数 学 問 題 (B)

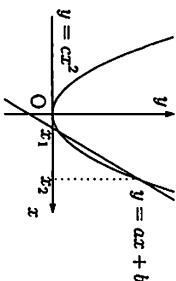
1. $\int \sqrt{x-1} dx$ はつぎのどれですか。

- (ア) $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + C$ (イ) $\left(\frac{x^2}{2} - x\right)^{\frac{3}{2}} + C$ (ウ) $\frac{1}{2}(x-1) + C$
 (エ) $(x-1)^{\frac{3}{2}} + C$ (オ) $\frac{1}{2\sqrt{x-1}} + C$

2. 右のグラフにおいて、

つぎのどの場合に $ax+b > cx^2$ となりますか。答えは、
 つぎの中から選びなさい。

- (ア) $(x-x_1)(x-x_2) > 0$ (イ) $(x-x_1)(x-x_2) < 0$
 (ウ) $0 < x < x_1$ (エ) $x > x_2$
 (オ) (ア)~(エ) のどれでもない。



3. 平面上に3点 $Q(-3, -1)$, $R(-2, 3)$, $S(1, -3)$ があるとき、 $\overrightarrow{ST} = 2\overrightarrow{QR}$ となる点 T の y 座標は、つぎのどれですか。

- (ア) -11 (イ) -7 (ウ) -1 (エ) 1 (オ) 5

4. 関数 f のグラフ上で、 $(a, 1)$ がグラフの変曲点になるとき、つぎのどれがつねに成り立ちますか。

- (ア) $f(a) = 0$ (イ) $f'(a) = 0$ (ウ) $f''(a) = 0$
 (エ) f は、 $x = a$ で極大値か極小値をとる。
 (オ) f' は、 $x = a$ で極小値をとる。

5. 時刻 t ($t > 0$) において、座標平面上の動点 (x, y) が

$$\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = \log(1 + 2t) \end{cases}$$

と表されるとき、時刻 t での速度ベクトルは、つぎのどれになりますか。

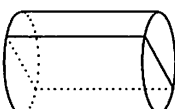
- (ア) $(e^{-t}, \log(1 + 2t))$ (イ) $(e^{-t}, \frac{1}{1 + 2t})$ (ウ) $(-e^{-t}, \frac{2}{1 + 2t})$
 (エ) $(-e^{-t}, \frac{1}{1 + 2t})$ (オ) $(-1, \frac{1}{t})$

6. $f(x)$ は偶関数で $x = 0$ で微分可能であるとき、 $f'(x)$ は、つぎのどの条件を満たしますか。

- (ア) $f'(0) = 1$ (イ) $f'(0) > 0$ (ウ) $f'(0) < 0$
 (エ) $f'(0) = 0$ (オ) $f'(0)$ はどんな値でもとることができる。

7. 円柱を右の図のように軸を通る平面で切ると、その切り口は長方形になります。この切り口の長方形の周囲が 6m であるような円柱の中で、最大の体積を持つものの底面の半径は、つぎのどれですか。

- (ア) 2.5 m (イ) 2 m (ウ) 1.5 m (エ) 1 m (オ) 0.5 m



8. n が自然数で、 $5^{2n} + 5^n$ が 13 で割り切れるとき、 n はどのような数ですか。答えはつぎの中から選びなさい。

- (ア) $n = 2$ だけ (イ) n は負でない偶数
 (ウ) $n = 8p + 2$ (p は負でない整数) (エ) $n = 4p + 2$ (p は負でない整数)
 (オ) そのような n はない。

9. 座標平面上で、時刻 t における動点 M の座標 (x, y) は、

$$\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 2 \cos 2t - 1 \end{cases}$$

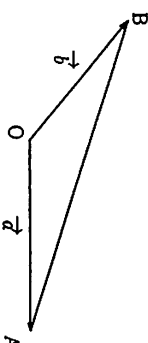
です。点 M の軌跡はどのような図形ですか。

10. $\frac{3}{2}$, $\log_3 0.6$, $\log_3 4$, $\log_4 3$ の大小関係を調べ、小さい順に並べなさい。

11. $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とします。実数 x, y が、

$$0 \leq x + y \leq 1, 0 \leq x, 0 \leq y$$

の範囲を動くとき、 $\overrightarrow{OP} = x\vec{a} + y(\vec{a} + \vec{b})$ を満たす点 P の存在する範囲を図示しなさい。



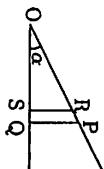
【以上】

数 学 問 題 (C)

1. $10^\circ = 4$ のとき, $10^{1+2\theta}$ の値は, つぎのどれですか。

(ア) 26 (イ) 40 (ウ) 160 (エ) 900 (オ) 10^9

2. 右の図で, $PQ \perp OQ$ および $RS \perp OQ$ です。
 $OQ=OR=1$, $\angle POQ = \alpha$ とすると, PQ は,
 つぎのどれですか。



(ア) $\sin \alpha$ (イ) $\cos \alpha$ (ウ) $\tan \alpha$
 (エ) $2 \sin \alpha$ (オ) $1 - \cos \alpha$

3. 媒介変数表示による方程式 $x = t + \frac{1}{t}$, $y = t - \frac{1}{t}$ で表される曲線の x, y についての方程式は, つぎのどれですか。

(ア) $x + y = 1$ (イ) $x + y = 2$ (ウ) $x^2 + y^2 = 4$
 (エ) $x^2 - y^2 = 4$ (オ) $2x^2 - y^2 = 4$

4. 無限等比級数 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ の和は, つぎのどれですか。

(ア) $\frac{5}{8}$ (イ) $\frac{2}{3}$ (ウ) $\frac{3}{5}$ (エ) $\frac{3}{2}$ (オ) ∞

5. θ は, 90° と 180° の間の角で, $\cos^2 \theta = \frac{16}{25}$ です。 $\sin 2\theta$ の値は, つぎのどれですか。

(ア) $-\frac{24}{25}$ (イ) $-\frac{15}{25}$ (ウ) $-\frac{7}{25}$

(エ) $\frac{7}{25}$ (オ) $\frac{24}{25}$

6. 関数 $y = 3x^3 + 6x^2 + kx + 9$ のグラフの変曲点における接線の傾きが 0 となるとすれば, k の値はいくらですか。

(ア) 0 (イ) 1 (ウ) 2 (エ) 3 (オ) 4

7. 座標平面上で, 時刻 t における動点 M の座標 (x, y) は,

$$\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 2 \cos 2t - 1 \end{cases}$$

です。点 M の軌跡はつぎのどれですか。

(ア) 直線 (イ) 半円 (ウ) 半楕円 (エ) 放物線 (オ) うずまき線

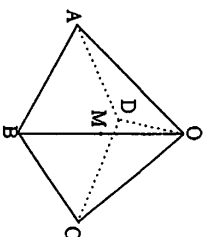
8. 直線 l の方程式は $ax + by = 0$, 直線 m の方程式は $px + qy + r = 0$ ($r \neq 0$) です。
 l と m が点 P で交わるとき, 方程式

$$(a+p)x + (b+q)y + r = 0$$

の表す直線について, つぎのどれが当てはまりますか。ただし, O は原点とします。

(ア) l と m の両方に垂直である。 (イ) l, m と二等辺三角形を作る。
 (ウ) OP に平行である。 (エ) O を通る。
 (オ) P を通る。

9. すべての辺の長さが 1 である正四角すい $O\text{-}ABCD$ において, 辺 OB の中点を M とするとき, 内積 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC}$ を求めなさい。



10. $\triangle ABC$ は, $AB=10$, $AC=15$, $\angle BAC = 60^\circ$ である。 $\angle BAC$ の 2 等分線と BC との交点を D とするとき, AD の長さを求めなさい。

11. 点 $A(2, 1)$ を原点を中心に, 反時計回りに 60° 回転し, さらに 2 倍に拡大した点を B とします。点 B の座標を求めなさい。

【以上】

数 学 問 題 (D)

1. $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ で定義される数列の一般項 a_n は、つぎのどれですか。

(ア) $a_n = 4$	(イ) $a_n = 4n + 2$	(ウ) $a_n = 2n - 1$
(エ) $a_n = 2n + 2$	(オ) $a_n = n^2$	
2. 関数 $y = 3x^2 - x^3$ のグラフをかくとき、この関数の極小値を示す点の座標は、つぎのどれですか。

(ア) (2, 4)	(イ) (3, 0)	(ウ) (1, 2)
(エ) (0, 3)	(オ) (0, 0)	
3. 商品を $x \times 10^5$ 個 ($0 < x < 5$) 売ったときの利益 $y \times 10^3$ 円を予想するために、つぎの2つの関係式 A, B を考えました。

関係式 A: $y = 6x - x^2$, 関係式 B: $y = 2x$
4. 関係式 A より関係式 B の方が、多くの利益をあげるような x の範囲は、つぎのどれですか。

(ア) $0 < x < 4$	(イ) $0 < x < 5$	(ウ) $3 < x < 5$
(エ) $3 < x < 4$	(オ) $4 < x < 5$	
5. 2つの独立した警報装置を備えた警報システムがあります。非常の際に各装置が作動する確率は、それぞれ 0.95, 0.90 です。非常の際に少なくとも1つの装置が作動する確率は、つぎのどれですか。

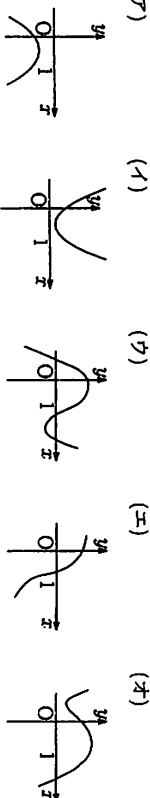
(ア) 0.995	(イ) 0.975	(ウ) 0.95
(エ) 0.90	(オ) 0.855	
5. $x = 2 \cos t, y = \sin t$ のとき、 $\frac{dy}{dx}$ を t で表すと、つぎのどれになりますか。

(ア) $\frac{1}{2} \tan t$	(イ) $2 \tan t$	(ウ) $\frac{1}{2 \tan t}$
(エ) $-\frac{1}{2 \tan t}$	(オ) $-\frac{2}{\tan t}$	
6. 複素数 z の絶対値は $\sqrt{2}$ で、偏角は $\frac{3\pi}{4}$ であるとき、 z は、つぎのどれと等しいですか。

(ア) $\frac{i-1}{\sqrt{2}}$	(イ) $i-1$	(ウ) $\sqrt{2}(i-1)$	(エ) $i+1$	(オ) $\frac{i+1}{\sqrt{2}}$
----------------------------	-----------	---------------------	-----------	----------------------------

58

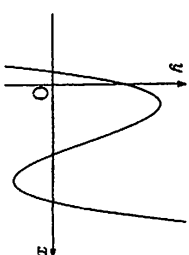
7. 関数 $f(x)$ について、 $f'(0) > 0, f'(1) < 0$ かつ $f''(x)$ は定義域のすべての x に対して「負」という条件が与えられているとき、下のグラフの中で、この条件を満たすものはどれですか。



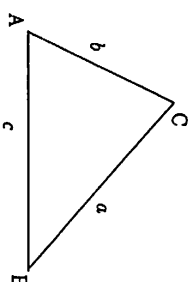
8. $\int_0^1 \frac{12x}{(2x^2+1)^2} dx$ の値はつぎのどれですか。

(ア) -2	(イ) -1	(ウ) 2	(エ) $\log 2$	(オ) $3 \log 3$
--------	--------	-------	--------------	----------------

9. 右は3次関数 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ のグラフである。係数 a, b, c, d の符号を決めなさい。



10. $\triangle ABC$ において、
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
 が成り立つことを、証明しなさい。



11. $\tan \frac{\theta}{2} = x$ とするとき、 $\sin \theta$ を x を用いて表しなさい。

【以上】

理数系高校生のための基礎学力調査／平成27年度

数 学 問 題 (A) 解 答

$$1. \frac{20 \times 12.3 + 30 \times 14.8}{50} = \frac{69}{5} = 13.8 \quad \dots\dots (工)$$

2. de Moivre の定理より

別解

$$z = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$$

$$z^3 = \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^3$$

$$= \cos \frac{13\pi}{6} + i \sin \frac{13\pi}{6}$$

$$= \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$$

$$= 0 + i \cdot 1 = i \quad \dots\dots (イ)$$

$$z^3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^3$$

$$= \frac{1}{2^3} (\sqrt{3} + i)^3$$

$$= \frac{1}{8} (3\sqrt{3} + 9i + 3\sqrt{3}i^2 + i^3)$$

$$= \frac{1}{8} \cdot 8i = i \quad \dots\dots (イ)$$

$$3. f'(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{3} \text{ より, 積分定数を } C \text{ とし } f(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{5}{3}x + C \text{ を得る.}$$

$$\text{ここで, } f(2) = 1 \text{ より } C = \frac{31}{9}. f(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{5}{3}x + \frac{31}{9} \text{ ゆえに } f(0) = \frac{31}{9} \quad \dots (キ)$$

$$4. f(x) = \frac{x}{(x-2)(x+2)} = \frac{x}{x^2-4} \text{ を微分すると}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (x^2-4) - x \cdot 2x}{(x^2-4)^2} = -\frac{x^2+4}{(x^2-4)^2} < 0$$

で減少関数であることが分かる. よって, 選択肢のグラフの形で増加する箇所のあるものは該当しない.
 $x \neq \pm 2$ である任意の実数 x で減少しているのは (イ) のみ. $\dots\dots (イ)$

$$5. 4 \text{ 日後に半減するので, } \frac{y_0}{2} = y_0 \cdot e^{-4k} \quad \therefore e^{-4k} = \frac{1}{2}$$

$$\text{両辺の対数をとって, } -4k = \log \frac{1}{2} \quad \therefore k = -\frac{1}{4} \log \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \log 2^{-1} = \frac{1}{4} \log 2 \quad \dots\dots (ク)$$

$$6. \left(\frac{4}{\sqrt{3x-4}} \right)' = \left\{ 4(3x-4)^{-\frac{1}{2}} \right\}' = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot (3x-4)^{-\frac{3}{2}} \cdot 3 = \frac{-6}{(3x-4)^{\frac{3}{2}}} \quad \dots\dots (ク)$$

7. 母集団の各要素を $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ とすると, 仮定より,

$$(\text{平均}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 5, \quad (\text{標準偏差}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - 5)^2 = 1$$

である. このとき, 各要素に 10 を加えると $x_1 + 10, x_2 + 10, x_3 + 10, \dots, x_n + 10$ なので, これらを母集団

とした場合, 平均と標準偏差は次の通りである.

$$(\text{平均}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i + 10) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i + 10n \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + 10 = 5 + 10 = 15,$$

$$(\text{標準偏差}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{(x_i + 10) - 15\}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - 5)^2 = 1 \quad \dots\dots (ケ)$$

8. 点を $P(X, Y)$ とする.

$$\begin{cases} X = \log y = \log 4x^3 = 2 \log 2 + 3 \log x \\ Y = \log x \end{cases} \quad (\text{但し, } -\infty < \log x < \infty)$$

$$\therefore X = 2 \log 2 + 3Y \text{ となり, 直線 } \dots\dots (キ)$$

$$9. f(x) = 3x^3 + 6x^2 + kx + 9 \text{ とすると,}$$

$$f'(x) = 9x^2 + 12x + k, \quad f''(x) = 18x + 12 \quad \text{よって, 変曲点の } x \text{ 座標は, } x = -\frac{2}{3} \text{ である.}$$

$$f'\left(-\frac{2}{3}\right) = 9 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 12 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + k = -4 + k \text{ であるから,}$$

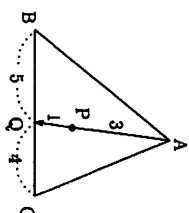
$$-4 + k = 0 \quad \therefore k = 4 \quad \dots\dots (\text{答})$$

$$10. 3\overrightarrow{AP} + 4\overrightarrow{BP} + 5\overrightarrow{CP} = \vec{0} \text{ より}$$

$$3\overrightarrow{AP} + 4(\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AB}) + 5(\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AC}) = \vec{0}$$

$$(3+4+5)\overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AP} = \frac{4\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC}}{12} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC}}{5+4}$$



となり, 辺 BC を $5:4$ に内分する点を Q とすると, 点 P は AQ を $3:1$ に内分する点であることが分かり, 右の図のようになる.

11. 共通な弦を含む直線の方程式は,

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-14)^2 = 125 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \text{ より, } x + 7y - 25 = 0.$$

$$\text{よって, この直線と原点との距離は } \frac{|0 + 7 \cdot 0 - 25|}{\sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \quad \dots\dots (\text{答})$$

理数系高校生のための基礎学力調査／平成27年度

数 学 問 題 (B) 解 答

1. $\int \sqrt{x-1} dx = \int (x-1)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{\frac{1}{2}+1} (x-1)^{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{2}{3} (x-1)^{\frac{3}{2}} + C \dots\dots (7)$

2. 放物線は下に凸なので、 $c > 0$ である。また、 x_1, x_2 は $cx^2 = ax + b$ 、すなわち $cx^2 - ax - b = 0$ の解なので、 $cx^2 - ax - b = c(x-x_1)(x-x_2)$ である。よって、

$$ax + b > cx^2 \Leftrightarrow cx^2 - ax - b < 0 \Leftrightarrow c(x-x_1)(x-x_2) < 0$$

なので、 $c > 0$ より $(x-x_1)(x-x_2) < 0 \dots\dots (7)$

3. $\vec{ST} = 2\vec{OR}$ より、 $\vec{OT} - \vec{OS} = 2\vec{OR}$ だから $\vec{OT} = \vec{OS} + 2\vec{OR} = (1, -3) + 2 \cdot (1, 4) = (3, 5)$

したがって、T の y 座標は 5 $\dots\dots (7)$

4. 変曲点は、グラフの凹凸が切り替わる点であり、このとき、接線の傾き (f' の値) が増加から減少、または減少から増加へ変化する。したがって、 $x = a$ を境に、 f'' の値が正から負、または負から正へ変化するの
で、 $f''(a) = 0$ である。 $\dots\dots (7)$

5.

$$\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = \log(1+2t) \end{cases} \quad \text{について、} \quad \frac{dx}{dt} = -e^{-t}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{2}{1+2t} \quad \text{だから、}$$

動点 (x, y) の時刻 t での速度ベクトルは、 $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \left(-e^{-t}, \frac{2}{1+2t}\right) \dots\dots (7)$

6. $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能であるから

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(h) - f(0)}{h} \dots\dots (*)$$

となり、これらの値は同じ値に収束する。いま、 $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = a$ と置く。

(*) 式の右辺は $-h = k$ とすると、 $f(x)$ が偶関数だから

$$(*) \text{ の右辺} = \lim_{k \rightarrow +0} \frac{f(-k) - f(0)}{-k} = - \lim_{k \rightarrow +0} \frac{f(k) - f(0)}{k} = -a$$

となり、(*) 式は $a = -a$ 。よって、 $a = 0$ すなわち、 $f'(0) = 0 \dots\dots (7)$

7. 円柱底面の半径を $r (> 0)$ m とすると、題意より円柱の高さは $(3-2r)$ m で、 $3-2r > 0$ より、 $0 < r < \frac{3}{2}$ のとき、円柱の体積 $V(r)$ m³ は

$$V(r) = \pi r^2 \cdot (3-2r) = \pi(-2r^3 + 3r^2)$$

$$\frac{dV}{dr} = \pi(-6r^2 + 6r) = -6\pi r(r-1)$$

r	0	$\dots$	1	$\dots$	$\frac{3}{2}$
$\frac{dV}{dr}$		$+$	0	$-$	
$V(r)$		$\nearrow$	極大	$\searrow$	

だから、 $0 < r < \frac{3}{2}$ の範囲で増減表を考えると、 $V(r)$ は、 $r = 1$ で極大かつ最大であることが分かる。
よって、底面の半径は 1 m $\dots\dots (7)$

8. $5^{2n} + 5^n = 5^n(5^n + 1)$ であるから、与式が 13 で割り切れるとき、 $5^n + 1$ が 13 で割り切れる。
 $5^n + 13$ の余りを考えると、(13 で割ったときの余りが等しいことを“ $\equiv$ ”で表す)

$$\begin{array}{ll} n = 1 \text{ のとき、} 5^1 = 5 & n = 4 \text{ のとき、} 5^4 \equiv 8 \cdot 5 = 40 \equiv 1 \\ n = 2 \text{ のとき、} 5^2 = 25 & n = 5 \text{ のとき、} 5^5 \equiv 1 \cdot 5 = 5 \\ n = 3 \text{ のとき、} 5^3 \equiv 12 \cdot 5 = 60 \equiv 8 & \dots \text{であるから、} \end{array}$$

与式が 13 で割り切れる $\Leftrightarrow 5^n + 1$ が 13 で割り切れる。以下、繰り返し(数学的帰納法で証明できる)
したがって、 $n = 2, 6, 10, \dots$ すなわち、
 $n = 4p + 2(p$ は負でない整数)のとき、与式は 13 で割り切れる。 $\dots\dots (7)$

9.

$$\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 2 \cos 2t - 1 \end{cases} \quad \text{より、}$$

$$y = 2(1 - 2 \sin^2 t) - 1$$

$$= 2 - 4 \sin^2 t - 1$$

$$= -x^2 + 1 \quad \text{よって、求める軌跡は放物線} \dots\dots (7)$$

10. $a > 1$ のとき、関数 $y = \log_a x$ のグラフは単調に増加するので、

$$0 < \log_4 3 < \log_4 4 = 1 = \log_3 3 < \log_3 4$$

$\frac{3}{2}$ と $\log_3 4$ を比較して、

$$\frac{3}{2} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \log_3 \sqrt{27} > \log_3 \sqrt{16} = \log_3 4$$

また、 $\log_3 0.6 < \log_3 1 = 0$ したがって、

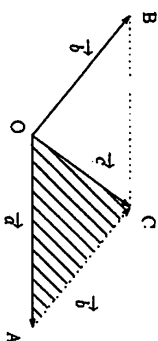
$$\log_3 0.6 < \log_3 3 < \log_3 4 < \frac{3}{2} \dots\dots (7)$$

11. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ とおくと、

$$\vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{c} = (x+y) \cdot \frac{x\vec{a} + y\vec{c}}{x+y}$$

であり、 $x = y = 0$ のときは、点 O と点 P は一致する。それ
以外のときは、ベクトル $\frac{x\vec{a} + y\vec{c}}{x+y}$ は、線分 AC 上の内分
点である。

その実数 $(x+y)$ 倍で、 $0 \leq x+y \leq 1$ だから、点 P の存
在する範囲は、右図の通りである。



理数系高校生のための基礎学力調査／平成27年度

数 学 問 題 (C) 解 答

1. $10^{1+2n} = 10 \cdot 10^{2n} = 10 \cdot (10^2)^n = 10 \cdot 4^n = 160 \quad \dots\dots (7)$

2. $OQ = 1, \frac{PQ}{OQ} = \tan \alpha \text{ より } PQ = OQ \tan \alpha = \tan \alpha \quad \dots\dots (7)$

3.
$$x^2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = t^2 + \frac{1}{t^2} + 2 \quad \dots\dots (1)$$
$$y^2 = \left(t - \frac{1}{t}\right)^2 = t^2 + \frac{1}{t^2} - 2 \quad \dots\dots (2)$$

(1) より $t^2 + \frac{1}{t^2} = x^2 - 2$ として, これを (2) に代入すると
 $y^2 = x^2 - 2 - 2 \quad \therefore x^2 - y^2 = 4 \quad \dots\dots (11)$

4. 初項が 1, 公比 r が $r = -\frac{1}{2}, |r| < 1$ であるから, この無限等比級数は収束する.

したがって極限値は $\frac{1}{1-r} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \quad \dots\dots (4)$ である.

5. $90^\circ < \theta < 180^\circ$ より, $\cos \theta < 0, \sin \theta > 0$.

$$\cos \theta = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}, \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{3}{5}$$
$$\therefore \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25} \quad \dots\dots (7)$$

6. $f(x) = 3x^3 + 6x^2 + kx + 9$ とすると,

$f'(x) = 9x^2 + 12x + k, \quad f''(x) = 18x + 12 \quad \text{よって, 変曲点の } x \text{ 座標は, } x = -\frac{2}{3} \text{ である.}$

$f'\left(-\frac{2}{3}\right) = 9 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 12 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + k = -4 + k$ であるから, $-4 + k = 0 \quad \therefore k = 4 \quad \dots\dots (14)$

7.

$$\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 2 \cos 2t - 1 \end{cases} \quad \text{より,}$$
$$v = 2(1 - 2 \sin^2 t) - 1$$
$$= 2 - 4 \sin^2 t - 1$$
$$= -x^2 + 1 \quad \text{よって, 放物線} \quad \dots\dots (15)$$

8. l と m の交点 P の座標を (x_0, y_0) とすると,

$$ax_0 + by_0 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$
$$px_0 + qy_0 + r = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

である. 与式の左辺に (x_0, y_0) を代入すると ①, ②より

$(a+p)x_0 + (b+q)y_0 + r = (ax_0 + by_0) + (px_0 + qy_0 + r) = 0$

したがって, 与式は点 P を通る. $\dots\dots (16)$

9. $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$ とする. $\vec{MA} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}, \vec{MC} = \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ より

$$\vec{MA} \cdot \vec{MC} = \left(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot \left(\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}\right) = \vec{a} \cdot \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{b} \cdot \vec{c} + \frac{1}{4}\vec{b} \cdot \vec{b}$$

$OA = OC = 1, AC = \sqrt{2}$ なのて, $\triangle OAC$ は, $\angle O$ が直角である直角二等辺三角形. $\therefore \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$
 $\triangle OAB, \triangle OBC$ は 1 辺が 1 の正三角形なのて,

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \times 1 \times \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \quad \vec{b} \cdot \vec{b} = 1$

以上から, $\vec{MA} \cdot \vec{MC} = 0 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \quad \dots\dots (17)$

10. 面積に注目すると,

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$ だから, $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 15 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot AD \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot AD \cdot \sin 30^\circ$

よって, $\frac{75\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot (10 + 15) \cdot AD \cdot \frac{1}{2} \quad \text{ゆえに, } AD = 6\sqrt{3} \quad \dots\dots (18)$

11.

別解

$\alpha = 2 + i \quad \vec{OB} = 2 \begin{pmatrix} \cos 60^\circ & -\sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \end{pmatrix} \vec{OA}$
$$z = \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad \text{とおく}$$
$$\beta = 2\alpha z = 2(2+i) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$
$$= (2+i)(1+\sqrt{3}i)$$
$$= (2-\sqrt{3}) + (1+2\sqrt{3})i$$
$$\therefore B(2-\sqrt{3}, 1+2\sqrt{3}) \quad \dots\dots (19)$$
$$\therefore B(2-\sqrt{3}, 1+2\sqrt{3}) \quad \dots\dots (20)$$

理数系高校生のための基礎学力調査／平成27年度

数 学 問 題 (D) 解 答

1. 与式を変形して, $a_{n+1} - a_n = 2n + 1$. これより, $\{a_n\}$ の階差数列の一般項が $2n + 1$ であるので, $n \geq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k + 1) = 1 + (n-1)n + (n-1) = n^2$$

となり, これは $n=1$ のときも成り立つ.

よって, すべての自然数 n で $a_n = n^2$ (オ)

2.

$$\begin{array}{rcl} y' = 6x - 3x^2 & y' = 0 & \text{より} \\ 3x(2-x) = 0 & & \\ \text{よって, } x = 0, 2 & & \end{array}$$

増減表より,

極小値を示す点の座標は $(0, 0)$ (オ)

3. 関係式 A より関係式 B の方が, 多くの利益をあげるということは,

$$\begin{array}{rcl} (6x - x^2) \times 10^3 & < & 2x \times 10^3 \\ 6x - x^2 & < & 2x \\ x^2 - 4x & > & 0 \\ x(x-4) & > & 0 \\ x < 0, & & x > 4 \end{array}$$

一方, 題意より $0 < x < 5$ だから, 求める範囲は, $4 < x < 5$ (オ)

4. 「少なくとも1つの装置が作動する」事象は「2つとも作動しない」事象の余事象である. 2つとも作動しない確率は $(1-0.95) \times (1-0.95)$ であるから, 求める確率は

$$1 - (1-0.95) \times (1-0.95) = 0.995 \quad \text{..... (ア)}$$

5. $\frac{dx}{dt} = -2 \sin t$, $\frac{dy}{dt} = \cos t$ より,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\cos t}{-2 \sin t} = -\frac{1}{2 \tan t} \quad \text{..... (エ)}$$

6. $z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + i \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = i - 1$ (イ)

7. $f''(x)$ は定義域のすべての x に対して負」ということから, この関数のグラフは定義域すべてで上に凸である. これを満たすものは (ア) のみであり, $f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ も満たしている. (ア)

8. $2x^2 + 1 = t$ とおくと, $4x dx = dt$

$$\begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline 0 \rightarrow 1 \\ \hline t \\ \hline 1 \rightarrow 3 \\ \hline \end{array} \quad \text{より,}$$

$$\int_0^1 \frac{12x}{(2x^2+1)^2} dx = 3 \cdot \int_0^1 \frac{4x}{(2x^2+1)^2} dx = 3 \cdot \int_1^3 \frac{dt}{t^2} = -3 \left[\frac{1}{t} \right]_1^3 = 2 \quad \text{..... (ウ)}$$

9. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ とおくと, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, $f''(x) = 6ax + 2b$ である. このグラフと y 軸との交点の y 座標は正なので, $f(0) = d > 0$ である. また, この点における接線の傾きは正なので, $f'(0) = c > 0$ である. 変曲点の前後でこのグラフの接線の傾きは減少から増加に変わるので, $f''(x)$ の x の係数 $6a$ は正. すなわち, $a > 0$ である. 変曲点の x 座標は正なので, $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$ より, $-\frac{b}{3a} > 0$ であり, $a > 0$ を用いれば, $b < 0$ である. 以上より, $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$, $d > 0$ (ウ)

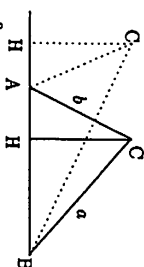
10. C から直線 AB に引いた垂線を CH とすると,

$$CH = b \sin A, \quad BH = c - b \cos A$$

これは, $0 < \angle A < 180^\circ$ で成り立つ. $\triangle CHB$ で, 三平方の定理より

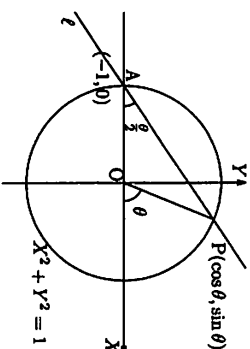
$$BC^2 = CH^2 + BH^2 \quad \text{だから} \quad a^2 = (b \sin A)^2 + (c - b \cos A)^2$$

これを展開して, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ を用いると, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ である. (証明終)



11. 右の図のように, 単位円の周上の任意の点を P とし, 動径 OP と x 軸の正の方向とのなす角を θ とおく. また円周上の定点 A $(-1, 0)$ と点 P を結ぶ直線 ℓ の傾きに注目すると $\angle PAX = \frac{\theta}{2}$ だから

$$\begin{aligned} \frac{\sin \theta - 0}{\cos \theta + 1} &= \tan \frac{\theta}{2} \\ \sin \theta &= (1 + \cos \theta) \cdot \tan \frac{\theta}{2} \\ &= 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \cdot \tan \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{2}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} \cdot \tan \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{2 \tan \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} \quad \text{..... (答)} \end{aligned}$$



資料Ⅱ 問題別、内容・正答率などの統計量 2015年度

2015.12.7作成

テストA

75.4%		15年度データ 88校 1,579人																											
科目	内容	正答率	自信率	読解率	無答率	期待値	教師評価	14問題	14成績	13問題	13成績	12問題	12成績	11問題	11成績	10問題	10成績	09問題	09成績	08問題	08成績	07問題	07成績	06問題	06成績	05成績	SIMS		
A1	数Ⅰ	75.1	68.4	13.3	0.1	90	75.0	C1	87.4	C1	82.4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	88.8		
A2	数Ⅲ	75.1	49.3	24.4	0.5	80	61.4	C4	75.2	A2	68.4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	82.9		
A3	数Ⅱ	72.3	51.9	26.1	1.6	85	67.6	A6	74.6	A6	76.5	D4	74.5	B2	74.4	B3	78.8	D5	74.7	D5	71.1	—	—	—	—	—	88.1		
A4	数Ⅲ	62.3	23.9	37.1	0.6	85	45.8	C5	64.3	C4	64.4	C2	82.6	C2	67.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	88.9		
A5	数Ⅲ	59.9	22.9	37.3	2.6	60	34.8	B7	63.4	B7	57.6	D7	56.1	B7	56.7	D5	54.7	B4	80.1	B4	57.8	—	—	—	—	—	89.0		
A6	数Ⅲ	61.9	35.8	36.9	1.3	85	63.8	C2	56.0	D4	59.9	A4	82.8	C4	63.6	B5	68.7	A4	65.4	A4	65.3	A5	59.2	A5	64.7	C4	86.6	56.8	
A7	数Ⅰ	57.9	15.0	40.5	1.6	80	39.0	D6	57.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	53.1		
A8	数Ⅱ	29.1	9.2	66.6	2.3	60	37.7	B6	31.8	B8	29.0	C8	29.4	D8	26.1	B4	31.4	C2	33.8	C2	34.2	C2	30.4	B8	31.8	B6	36.4	38.1	
A9	数Ⅲ	52.5	24.4	33.9	13.6	80	53.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
A10	数B	34.3	16.5	43.6	22.2	80	47.6	C9	26.1	D10	29.5	A10	28.4	C10	29.2	B11	30.8	B11	30.2	A11	31.3	A10	33.9	D10	40.7	D8	52.1	—	
A11	数Ⅱ	28.5	11.2	46.2	22.3	70	44.0	C10	26.3	D10	29.5	A10	28.4	C10	29.2	B11	30.8	B11	30.2	A11	31.3	A10	33.9	D10	40.7	D8	52.1	—	
	図形と方程式	28.5	11.2	46.2	22.3	70	44.0	C10	26.3	D10	29.5	A10	28.4	C10	29.2	B11	30.8	B11	30.2	A11	31.3	A10	33.9	D10	40.7	D8	52.1	—	
	平均	56.4	30.4	37.3	6.3	77.7	51.8	平均	56.7	平均	54.0	平均	48.9	平均	52.8	平均	52.9	平均	52.8	平均	51.9	平均	50.6	平均	49.5	平均	55.1	61.6	

(注) 自賠率、受診者の中で、正答かつ自賠率ありに回答したものの割合(%)。また、問題9、10、11の正答率は、準正答を加えたもの。
期待率：問題作成時に作成委員会のよろ予想正答率。教師評価：各校の教師による予想正答率。
A9はC66の記述式問題

A91はC6の配述式問題

テストB

学大8	科目	内容	15年度大学入試										S.M.S																
			正答率	自答率	88校 得点率	1,557人 得点率	無答率	期待値	88校 平均得点	14校問題	14校得点率	13校問題		13校得点率	12校問題	12校得点率	11校問題	11校得点率	10校問題	10校得点率	09校問題	09校得点率	08校問題	08校得点率	07校問題	07校得点率	06校問題	06校得点率	05校問題
B1	数Ⅲ	積分法	86.3	62.7	13.4	0.3	80	70.3	A1	86.4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	75.4	
B2	数Ⅰ	二次関数	68.7	38.2	30.8	0.5	80	55.9	D4	64.9	D2	70.6	A2	70.1	D4	64.7	B1	69.4	D1	68.4	D1	68.4	C1	68.2	C2	62.4	B2	71.3	58.6
B3	数B	ベクトル	77.4	52.2	22.2	0.4	90	69.1	D3	73.5	D4	73.0	A3	76.1	B4	70.6	D7	71.9	A2	74.2	B6	70.5	B7	72.4	—	—	—	—	
B4	数Ⅲ	微分法	68.6	38.7	30.1	0.3	85	63.4	B3	65.9	D3	68.4	A4	68.7	C3	72.2	A5	70.1	C4	65.9	C4	73.5	C5	58.9	C7	67.9	—	84.3	
B5	数Ⅲ	微分法	71.2	32.8	21.9	1.0	75	50.8	C6	66.9	A3	62.0	B3	67.9	B5	67.2	B8	68.1	B7	68	B7	65	—	—	—	—	—	58.6	
B6	数Ⅲ	微分法	60.8	18.1	38.2	1.0	80	40.1	B6	56.1	D6	58.0	A6	56.8	C6	60.3	A3	60.5	A8	59.7	—	—	—	—	—	—	—	57.1	
B7	数Ⅱ	微分・積分	57.7	29.5	61.5	0.8	75	44.3	D7	55.8	D8	52.7	B8	50.8	A8	52.8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	55.0	
B8	数A	数値的性質	35.9	9.6	61.7	2.4	50	31.5	C8	37.2	D8	32.2	A8	30.0	C8	31.9	C7	30.8	D4	34.3	B5	33.1	B6	32.6	A7	31.1	—	30.1	
B9	数Ⅲ	平面上の曲線	35.5	12.6	39.6	—	70	42.8	problematic	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
B10	数Ⅱ	指数・対数関数	46.2	15.2	56.3	8.5	50	47.0	A10	49.3	A11	26.5	B11	41.0	A11	42.3	C11	37.0	C11	45.6	—	—	—	—	—	—	—	—	
B11	数B	ベクトル	17.1	5.7	45.0	26.8	70	33.3	A11	49.8	A9	50.3	B9	53.4	A9	52.3	平均	58.3	平均	59.2	平均	62.1	平均	60.8	平均	58.1	平均	71.3	59.1
	平均		57.0	26.7	36.9	6.1	74.1	49.8	平均	57.9	平均	50.3	平均	53.4	平均	52.3	平均	58.3	平均	59.2	平均	62.1	平均	60.8	平均	58.1	平均	71.3	59.1

(注) 自価車: 受取者の中で、正答かつ自価ありと回答したものの割合(%)。また、問題9、10、11の正答率は、準正答を加えたもの。

B9はC7の記述式問題

資料Ⅱ 問題別、内容・正答率などの統計量 2015年度

2015.12.1作成

予大C		15年度予大 88校 1,527人																										S.M.S	
科目	内容	正答率	自信率	誤答率	無答率	期待値	教師評価	14問題	14成績	13問題	13成績	12問題	12成績	11問題	11成績	10問題	10成績	09問題	09成績	08問題	08成績	07問題	07成績	06問題	06成績	05問題	05成績	S.M.S	
Q1 数Ⅱ	指数対数関数	80.8	52.3	18.8	0.4	85	69.4	A2	83.0	A1	79.4	B1	82.4	A1	81.8	B2	85.6	A1	82.3	A5	80.5	B2	79.8	—	—	—	—	75.0	
C2 数Ⅰ	三角比	77.8	46.0	21.3	0.8	90	66.0	B2	78.2	C3	76.3	D3	78.5	D2	77.1	A1	80.2	B1	82.8	B1	78.8	B1	78.4	D5	78.7	D4	88.9	74.6	
C3 数Ⅲ	平面上の曲線	71.6	39.5	25.0	3.4	80	56.3	B4	71.4	C5	66.3	D5	73.6	A3	71.4	D8	71.4	D7	68.1	D7	68.5	D8	69.8	D6	71.0	B3	75.9	68.2	
C4 数Ⅲ	関数の極限	66.0	33.6	32.7	1.3	90	59.1	B5	68.6	B5	65.7	C3	67.1	D3	65.2	A4	69.7	C3	68.5	C3	62.6	C4	65.3	B3	68.1	B3	73.3	55.8	
C5 数Ⅱ	三角関数	63.2	44.5	36.1	0.7	75	65.1	A4	63.5	A4	69.8	B4	68.2	A4	66.6	C3	67.6	C5	70.4	A3	65.0	A3	67.5	D3	71.0	D2	74.2	50.0	
C6 数Ⅲ	微分法	61.1	32.4	37.1	1.8	80	60.0	D5	60.8	A5	63.5	B5	64.3	A5	63.3	A6	66.7	D8	59.5	AB~D8	62.2	A4	63.2	B1	66.9	A3	72.9	55.3	
C7 数Ⅲ	平面上の曲線	41.5	20.9	46.7	1.8	70	50.0	A7	52.6	C2	49.6	A5	50.9	D7	52.3	D8	46.7	A7	56.7	A7	55.1	A8	50.4	A4	56.3	B7	62.4	43.8	
C8 数Ⅱ	図形と方程式	49.7	10.2	54.0	4.3	75	34.3	C7	45.3	C5	52.7	B6	42.1	A6	43.4	A4	53.3	D3	46.6	D3	48.2	D3	52.7	B6	46.1	—	—	44.8	
C9 数B	ベクトル	30.8	14.2	52.3	16.9	70	41.8	B9	34.8	B9	34.3	D10	32.3	B10	33.4	C10	32.4	C10	37.8	C11	38.3	C10	35.8	A11	29.7	B10	45.0	—	
C10 数Ⅰ	三角比	31.1	17.2	56.3	10.5	70	49.3	D9	35.0	D10	35.2	B10	40.2	A10	40.8	D9	32.8	A10	41.3	B10	32.7	B9	33.2	—	—	—	—	—	
C11 数Ⅲ	複素数・平面	15.9	5.8	54.8	29.3	65	36.4	D10	18.5	A9	22.4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	平均	53.6	28.8	39.9	6.5	77.3	53.4	平均	55.4	平均	55.9	平均	60.0	平均	59.5	平均	60.6	平均	61.4	平均	58.6	平均	59.7	平均	61.0	平均	69.8	58.2	

(注) 自費生: 受給者の中で、正寄かつ自費ありと回答したものの割合(%)。また、問題9、10、11の正寄率は、準正寄を加えたもの。
別添表: 問題作成時に作成委員会による予想正寄率、教師評定、各校の教師による予想正寄率。

7.24.D		15年度子午 89校 1,522人																										SUMS	
科目	内容	正答率	自信率	監督者	無答者	期待値	教師評価	14問題	14成績	13問題	13成績	12問題	12成績	11問題	11成績	10問題	10成績	09問題	09成績	08問題	08成績	07問題	07成績	06問題	06成績	05問題	05成績	SUMS	
D1	数B 数列	80.9	57.1	18.3	0.7	90	60.8	B1	81.7	D1	85.1	A1	83.5	C1	84.5	A7	82.7	D6	81.5	D6	77.9	D7	79.9	B5	84.8	C5	87.6	67.4	
D2	数II 微分積分	80.6	58.6	19.4	0.1	90	78.8	D1	78.8	B1	80.8	C1	82.2	D1	80.8	D2	82.5	B2	81.3	B2	81.6	A2	83.4	D1	82.1	—	—	73.8	
D3	数I 二次関数	65.4	37.1	34.2	0.4	85	51.4	C3	67.1	B5	72.0	C5	66.1	D5	67.1	C1	63.5	B3	64.7	C5	71.5	—	—	—	—	—	—	61.8	
D4	数A 場合の数と確率	66.4	39.6	33.1	0.5	80	50.6	A5	65.3	B7	62.9	C7	62.5	C5	62.7	B7	63.8	B6	66.9	A6	63.0	A7	61.8	C4	63.2	C3	66.5	55.5	
D5	数III 微分法	81.4	48.4	18.3	0.3	80	63.0	D2	77.7	B2	78.9	C2	78.8	B3	78.0	C4	77.1	C8	79.1	—	—	—	—	—	—	—	—	63.4	
D6	数III 複素数平面	67.6	38.0	31.5	0.9	80	58.8	A3	62.8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	16.2	
D7	数III 微分法	49.7	20.4	47.0	0.3	80	49.1	A8	49.9	A7	48.4	B7	49.1	A7	51.5	B6	53.1	B8	54.1	—	—	—	—	—	—	—	—	82.7	
D8	数III 積分法	48.4	18.3	41.2	0.4	50	45.0	D8	48.0	C8	46.7	D8	49.6	B8	48.2	C6	52.8	B5	51.2	D4	44.9	D5	45.4	C1	50.0	A4	51.4	42.3	
D9	数III 微分法	39.4	12.7	53.2	7.4	60	43.6	B10	37.4	D11	26.4	A11	33.4	C11	33.8	D11	13.8	D11	22.6	D11	23.9	B11	28.2	—	—	—	—	—	
D10	数I 三角比	34.7	21.6	28.6	38.7	60	28.9	A9	35.6	B10	33.6	C10	32.7	D10	34.7	A10	39.8	D9	32.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
D11	数II 三角関数	15.4	8.2	58.0	26.5	50	30.8	D11	16.8	C11	13.6	D11	17.2	B11	17.2	A11	19.4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	平均	57.3	32.6	35.6	7.1	73.2	50.6	平均	58.6	平均	54.8	平均	55.5	平均	56.0	平均	54.8	平均	59.2	平均	60.5	平均	59.7	平均	70.0	平均	69.2	55.4	

(注) 自費生:受給者の中で、正答かつ自費ありに回答したものの割合(%)。また、問題9、10、11の正答率は、準正答を加えたもの。
 期待率:問題作成時に作成委員会による予想正答率。教師評定(各校の教師による)予想正答率。

資料Ⅲ 問題別、学校間成績分布/15年度

15.12.7作成

学校平均の分布		テスト A										
区間	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	平均
0%	0	0	0	0	0	0	0	6	1	9	8	0
0～	0	0	0	0	0	1	0	4	1	6	9	0
10～	0	1	0	0	2	2	3	14	5	22	15	0
20～	0	1	4	1	3	2	3	28	11	15	13	3
30～	0	2	4	3	8	5	6	17	8	9	19	7
40～	2	5	3	9	10	10	9	8	13	7	7	17
50～	3	5	8	25	15	16	22	5	12	13	9	21
60～	5	13	9	19	18	16	18	2	9	4	3	23
70～	9	15	18	18	15	19	13	0	14	1	1	11
80～	27	19	19	6	12	8	10	2	8	0	2	4
90～	17	11	11	3	3	3	2	0	1	0	0	0
100%	23	14	10	2	0	4	0	0	3	0	0	0
学校数*	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86
平均	86.2	76.3	73.7	62.8	60.4	62.1	58.7	27.8	52.5	26.9	28.2	56.0
標準偏差	13.6	19.4	20.6	15.6	19.0	20.2	18.3	17.1	24.0	19.9	19.6	14.3
最大値	100.0	100.0	100.0	100.0	97.1	100.0	94.4	88.9	100.0	75.0	88.9	88.6
最小値	42.1	14.3	25.0	28.6	14.3	5.3	14.3	0.0	0.0	0.0	0.0	20.1

(注)学校数* :15年度の調査校88校の中で、受験者数が20名未満の学校2校は学校分析結果から除かれた。

学校平均の分布		テスト B										
区間	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	平均
0%	0	0	0	0	0	0	0	1	10	1	16	0
0～	1	0	0	0	0	0	0	2	11	0	14	0
10～	0	1	0	2	0	0	0	12	18	4	29	0
20～	1	1	0	2	2	3	4	26	10	13	14	2
30～	0	3	1	5	8	7	11	21	14	20	4	7
40～	1	6	2	7	6	14	10	7	8	16	5	19
50～	3	13	8	8	10	17	23	8	9	10	1	24
60～	5	19	14	13	8	23	15	5	4	10	2	22
70～	9	18	19	12	17	10	14	1	2	8	1	9
80～	15	15	26	27	20	9	8	2	0	4	0	3
90～	27	4	8	8	8	3	1	1	0	0	0	0
100%	24	6	8	2	7	0	0	0	0	0	0	0
学校数*	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86
平均	86.3	68.4	76.4	69.1	70.0	59.4	57.0	34.2	26.1	45.0	16.0	55.3
標準偏差	17.1	17.9	14.9	20.4	21.2	16.6	17.1	18.1	20.2	19.5	15.6	12.8
最大値	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	91.3	92.0	89.1	76.0	88.9	76.0	87.0
最小値	5.6	18.2	38.5	16.7	20.0	22.2	20.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.2

(注)学校数* :15年度の調査校92校の中で、受験者数が20名未満の学校2校は学校分析結果から除かれた。

資料Ⅲ 問題別、学校間成績分布／15年度

学校平均の分布 テスト C												
区間	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	平均
0%	0	0	0	0	0	0	1	2	6	4	20	0
0～	0	0	0	0	0	1	0	0	6	4	15	0
10～	0	0	0	0	2	1	4	5	13	19	26	0
20～	0	0	3	3	2	4	9	15	20	14	15	2
30～	2	3	2	3	3	5	15	19	18	19	4	12
40～	0	3	2	11	16	10	20	20	7	11	1	18
50～	4	10	15	14	9	19	11	13	6	7	2	26
60～	10	7	16	15	18	16	10	9	4	4	1	17
70～	19	17	17	15	21	12	9	1	3	2	0	7
80～	28	16	19	15	9	10	3	2	3	2	2	3
90～	12	14	9	6	6	3	3	0	0	0	0	1
100%	11	16	3	4	0	5	1	0	0	0	0	0
学校数*	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86
平均	80.6	78.5	70.7	66.5	62.8	61.3	48.5	39.9	30.7	31.4	15.3	53.3
標準偏差	14.3	18.3	18.3	19.3	18.7	20.8	21.2	16.9	21.0	19.5	17.1	14.0
最大値	100.0	100.0	100.0	100.0	96.3	100.0	100.0	87.5	85.7	85.7	88.9	91.2
最小値	35.7	30.0	20.0	20.0	10.0	7.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	25.5

(注)学校数* :15年度の調査校88校の中で、受験者数が20名未満の学校2校は学校分析結果から除かれた。

学校平均の分布 テスト D												
区間	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	平均
0%	0	0	0	0	0	1	1	0	2	5	25	0
0～	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5	11	0
10～	0	0	0	0	1	1	5	4	9	9	19	0
20～	0	0	0	6	2	3	9	9	12	18	16	2
30～	1	0	1	4	0	6	7	15	19	14	10	8
40～	5	3	7	12	1	8	17	15	16	15	3	14
50～	4	4	16	10	3	8	18	13	13	11	1	17
60～	9	11	24	11	7	11	12	12	6	3	0	33
70～	13	13	25	16	19	18	9	12	6	2	0	8
80～	26	29	9	20	21	20	3	4	2	2	0	3
90～	18	13	2	6	18	3	2	1	0	0	0	1
100%	10	13	2	1	14	7	3	1	0	2	1	0
学校数*	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86
学校平均	79.7	80.8	66.4	65.1	80.9	67.2	51.2	50.2	40.1	34.9	15.4	57.4
標準偏差	16.4	14.7	13.4	19.6	17.7	22.9	21.6	20.0	19.6	21.4	16.4	13.8
最大値	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	87.5	100.0	100.0	89.8
最小値	33.3	40.0	33.3	20.0	15.0	0.0	0.0	10.0	0.0	0.0	0.0	23.2

(注)学校数* :15年度の調査校88校の中で、受験者数が20名未満の学校2校は学校分析結果から除かれた。

////////////////////////////////////

東京理科大学 数学教育研究所

(東京理科大学総合研究機構・数学教育研究部門)

〒162-8601 東京都新宿区神楽坂 1-3

TEL : 03-5228-8746

FAX : 03-5228-8747

e-mail : rime@rs.kagu.tus.ac.jp

<http://www.rime.kagu.tus.ac.jp/> (研究所 HP)

<http://www.tus.ac.jp/> (大学 HP)

////////////////////////////////////