

2013年度

「理数系高校生のための数学基礎学力調査」

報告書（中間）

平成26年2月

東京理科大学

数学教育研究所

はじめに

本書は、平成 25 年度に東京理科大学数学教育研究所が実施した理数系高校生のための数学基礎学力調査の中間報告書である。

東京理科大学は理工系の総合大学として、中等学校教育に対しては、主にその教科教育の側面からの貢献が求められている。それに応えるために、中学・高等学校の現職数学教員と本学教員の数学教育に関する情報交換の場となり、共同研究を通して教育方法の調査研究および教材の開発や数学の学力調査などを行い、その成果を中等学校等に提供することを目的として、本学に「数学教育研究所」が 2004（平成 16）年度に設立された。

本研究所では研究事業の一環として、平成 17 年度から高校の理数系進学希望者に対して数学の基礎学力調査を実施し、本年度で 9 回目になる。調査実施校のご協力により、9 年間で 39 都道府県延べ 537 校の参加校と 38,187 名の生徒のデータを得ることができた。

ここでは、この貴重なデータを今後の高校数学の改善のために有効に利用・活用していただくために公表することとした。それによって、高校数学への参考・改善資料を提供するとともに、科学技術教育進展のための基礎的な資料を提供できると考えている。

標本として選ばれた各学校の数学科教員には、9 月下旬から 10 月上旬の間、多忙な時期に調査を担当していただき大変感謝している。調査結果はなるべく迅速に処理することに心がけ、その結果の一部は 11 月上旬に各調査校に送付した。

また、問題作成に当っては、下記の委員による問題作成・評価委員会を構成して、高校数学科の科目「数学Ⅲ」「数学 C」までを履修した生徒を前提として、基礎的・基本的な問題構成で生徒の学力を測定するための問題作成を依頼した。

本報告書は、それらの結果をもとに調査結果全体から見られる高校生の学力傾向について、データから読み取れる分析を行った結果の中間的なものである。詳しい問題分析等を含めた報告書は本年 8 月をめどに公刊する予定である。

最後に、この調査に参加された高等学校の校長、数学科主任、3 年数学科担当者、そして生徒の皆さんの衷心からお礼と感謝を申し上げたい。

問題作成・評価・分析に当った委員はもとより、本研究所幹事の澤田利夫、池田文男、宮岡悦良、眞田克典の各先生には調査研究の企画運営にご協力いただいた。さらに、研究補助員の村木恭子さんにはデータの整理集計等にご多大なご助力をいただいた。これらの方々に厚く感謝を申し上げたい。

なお、今回の報告書には、学力の推移を調べるために、眞田克典先生達の研究グループが

行った「IRT（項目反応理論）による分析」結果が第3章にまとめられている。

平成26年2月吉日

東京理科大学理数教育研究センター
数学教育研究部門長 清水 克彦

問題作成・評価協力者名簿：

池田 文男：東京理科大学理学部数学科（併）数学教育研究所

今井 寛人：国学院久我山中学・高等学校

荻野 大吾：東京都立戸山高等学校

小林 徹也：茨城県立竜ヶ崎第一高等学校

真田 克典：東京理科大学理学部数学科（併）数学教育研究所

澤田 利夫：東京理科大学総合教育機構数学教育研究所

鈴木 清夫：筑波大学附属駒場中・高等学校

須田 学：筑波大学附属駒場中・高等学校

新井田和人：慶應義塾高等学校

半田 真：東京女学館中学校・高等学校

深瀬 幹雄：東京理科大学理学部

牧下 英世：芝浦工業大学工学部

（平成26年1月1日現在，五十音順）

「理数系高校生のための数学基礎学力調査」

平成 25 年度

中間報告書

はじめに

第 1 章 調査の概要

1.1	調査の目的	1
1.2	調査対象・時期・方法	1

第 2 章 結果の概要

2.1	調査問題の選定	5
2.2	得点分布	5
(1)	標本生徒全体	
(2)	成績の男女差	
(3)	学校平均の分布	
2.3	問題別成績	9
(1)	各問正答率	
(2)	男女別正答率	
(3)	学校間・問題別成績	
(4)	自信度と正答率	
(5)	期待正答率と教師の評価	
(6)	正答率と期待正答率	
(7)	正答率と教師の評価	
2.4	過去の調査結果との比較	17
2.4.1	同一問題による成績比較	
2.4.2	IEA 調査との比較	
2.5	問題分析	27
2.5.1	数学Ⅰ，数学 A について	
2.5.2	数学Ⅱ，数学 B について	
2.5.3	数学Ⅲ，数学 C について	
2.5.4	男女差について	
2.5.5	背理法の問題について	
2.6	教師質問紙集計結果について	40

第 3 章 IRT（項目反応理論）による調査結果の分析 44

資料Ⅰ 調査問題および解答

資料Ⅱ 問題別，内容・正答率等の統計量

資料Ⅲ 問題別・学校間成績分布

資料Ⅳ 教師質問紙集計結果

第1章 調査の概要

この調査は、理数系高校生のための「数学基礎学力調査」として平成25年9月下旬～10月上旬に東京理科大学数学教育研究所が実施したものである。

1.1 調査の目的

昨今の教育に関する話題の中に、「学力低下」の問題がある。学習指導要領の改訂時に必ずと言っていいほど取り上げられるキーワードであるが、最近の教育界では大変深刻な問題である。これに対して、文部科学省ではOECD調査やIEA調査の国際結果等からその低下傾向を認めながらも、「ゆとり教育」のもとでは児童・生徒の学力は低下していないと反論している。しかし、生徒の数学嫌いが増加したことや学校外での勉強時間が減ったことなどは事実として認識し、その対策に苦慮している。

言うまでもなく高等学校の理数教育は、科学技術の基盤を形成するものであり、「科学技術創造立国」を目指す我が国にとってきわめて重要な教育として位置づけられている。しかるに、昨今の教育界では、「学力低下」や「理数離れ」などがマスコミの紙面をにぎわして社会問題になっているが、理系に進学を希望する高校生の現在の学力を的確に把握する信頼できる資料がない。

本研究所では、このたび理数系進学希望者に対して数学の基礎学力調査を実施することにした。そこでは、理数系高校生の学習到達度についてのデータを集め、それを公表することによって、これからの科学技術教育進展のための基礎的な資料を提供できると考えた。

1.2 調査対象・時期・方法

今回の対象は、高校3年生のうち「数学Ⅲ」、「数学C」を現在履修している生徒である。しかし、その生徒を特定することは非常に難しい。各高校で「数学Ⅲ」、「数学C」を現在履修している生徒を全国的に推定するには、その基礎となるデータを得る十分な統計資料がないためである。例えば、教科書の販売実績で大まかな割合を推定することも一つである。それによると、2009年度の「数学Ⅲ」の採択率は21.1%、「数学C」は18.6%である。（注：09年度の「数学Ⅲ」採択冊数271.7千冊、「数学C」239.9千冊で、それを2年前の必修「数学Ⅰ」の採択数1,289.1千冊で割った値で推定。）

全高校生のうち約20%の生徒が各学校で理系コースとして数学を履修していると予想されるが、それを正確に把握するためのデータがない。

学校抽出にあたっては、東京理科大学広報課が所蔵している高校別入学者等の資料を参考

にした。また、学力の経年変化を見るために、過年度に実施している学校にも調査をお願いすることにした。それらを含めて 10～12 年度の現役受験者、合格者の多い約 2,000 校の中を 3 つの層に分け、その中から 250 校を抽出した。

調査時期が 2013 年 9 月下旬から 10 月上旬と決めたので、各学校の都合で参加できないところもあり結局 92 校が調査に参加していただいた。調査時間は 1 校時（50 分）である。

これらの学校には事前に高校 3 学年の生徒数等の調査を行った。その結果は表 1.1 の通りであった。

表 1.1 調査校の生徒数

学校種別	生徒数（高校 3 年）			理系生徒数（数Ⅲ, C 履修者）		
	男子	女子	合計	男子	女子	合計
男子校（11 校）	3,336	－	3,336	1,588	－	1,588
女子校（4 校）	－	714	714	－	160	160
共学校（77 校）	11,600	10,242	21,842	5,346	2,543	7,889
全体（92 校）	14,936	10,956	25,892	6,934	2,703	9,637

調査校において、高校 3 年生の中で理数系生徒の割合は男子校で 48%、女子校で 22%、共学校で 36%、全体としては 37%である。また、男子生徒の中の理数系履修者の割合は 46%、女子生徒の中の理数系履修者の割合は 25%となっていた。

調査校のデータから、理数系生徒の割合は年次別に、次のようになっていた。

2005 年度：42 校 4,660 名中、理数系生徒は全体の 48%（男子 50%、女子 24%）

2006 年度：46 校 15,880 名中、理数系生徒は全体の 38%（男子 48%、女子 22%）

2007 年度：58 校 18,826 名中、理数系生徒は全体の 37%（男子 45%、女子 24%）

2008 年度：68 校 22,660 名中、理数系生徒は全体の 36%（男子 47%、女子 21%）

2009 年度：45 校 14,295 名中、理数系生徒は全体の 34%（男子 41%、女子 23%）

2010 年度：51 校 15,539 名中、理数系生徒は全体の 39%（男子 49%、女子 25%）

2011 年度：54 校 17,717 名中、理数系生徒は全体の 37%（男子 45%、女子 26%）

2012 年度：81 校 23,596 名中、理数系生徒は全体の 39%（男子 48%、女子 27%）

2013 年度：92 校 25,892 名中、理数系生徒は全体の 37%（男子 46%、女子 25%）

教科書販売実績のデータ等では、約 20%の高校生が数学Ⅲを履修していることが分かっているが、上記の結果からみれば、平均的にみて 38%弱の数学Ⅲの履修生であり、その意味では理数系の生徒が多い高校での調査であるとみることが出来る。

調査問題は、問題作成委員会、問題評価委員会での検討の結果、昨年度と同じように 44 題を

選択し、それを 11 題ずつ 4 セット（数学問題 A, B, C, D）で構成した。

調査した学校数や生徒数を問題種別、男女別に集計したのが、表 1.2 である。

表 1.2 学校種別、学年別生徒数（男女別）

	数学問題 A	数学問題 B	数学問題 C	数学問題 D	合 計
学校数	92	92	92	92	92 校
生徒数	1,538	1,529	1,492	1,473	6,032 人
(男子 女子)	(1,153 385)	(1,142 387)	(1,108 384)	(1,104 369)	(4,507 1,525)

51 校の内訳は、国立学校 2 校（168 名）、公立学校 47 校（3,284 名）、私立学校 43 校（2,580 名）であった。また、全体 6,032 名のうち、男子は 4,507 名（74.7%）、女子は 1,525 名（25.3%）であった。

また、本年度の調査校を県別にみると北海道（4）、青森（1）、宮城（2）、秋田（3）、山形（3）福島（2）、茨城（5）、栃木（2）、群馬（2）、埼玉（5）、千葉（4）、東京（17）、神奈川（14）、新潟（3）、富山（1）、山梨（5）、長野（1）、静岡（5）、愛知（1）、岐阜（1）、大阪（1）、岡山（1）、広島（1）、山口（1）、福岡（2）、佐賀（1）、熊本（1）、大分（1）、宮崎（2）の 29 都道府県からの参加であった。（ ）内の数値は参加校数。

実施校の参加者数の範囲は 12 名～188 名で、その分布は表 1.2 の通りである。

表 1.3 学校別実施生徒数の分布

人数	20 未満	20～	40～	60～	80～	100～	120～	140～	160～	合計
学校数	8	23	18	13	12	8	5	2	3	92

各問題セットでは、各校の平均回答数は 16 名前後で、結果の解釈の上で十分なデータを収集することができた。しかし、20 人未満の参加校 8 校は各セットも人数が少ないこともあり、学校分析から除くことにした。

調査した問題とその解答例は資料 I-1、I-2 の通りである。生徒には各問に解答したあとに、解答に対する自信の程度（1 自信がある 2 あまり自信がない 3 全く自信がない）を聞く項目が与えられた。解答と自信度の関係は、学力の定着度を探る指標として重要な手がかりとなるものである。

この中間報告には、自信度についての詳細な分析結果は取り上げないが、いずれ正式な報告書には公表することになる。

なお、05 年度から 13 年度までの 9 年間の調査では 39 都道府県延べ 537 校の参加校と 38,187 名の生徒のデータデータが得られた。過年度調査結果については、下記の報告書が既に出版

されている。

記

- 1 「高校生の数学力 NOW-2005 年基礎学力調査報告」
東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社／フォーラム・A 2006. 11. 10
- 2 「高校生の数学力 NOW II-2006 年基礎学力調査報告」
東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社／フォーラム・A 2007. 10. 10
- 3 「高校生の数学力 NOW III-2007 年基礎学力調査報告」
東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社／フォーラム・A 2008. 10. 10
- 4 「高校生の数学力 NOW IV-2008 年基礎学力調査報告」
東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社／フォーラム・A 2009. 10. 10
- 5 「高校生の数学力 NOW V-2009 年基礎学力調査報告」
東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社／フォーラム・A 2010. 10. 10
- 6 「高校生の数学力 NOW VI-2010 年基礎学力調査報告」
東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社／フォーラム・A 2011. 10. 10
- 7 「高校生の数学力 NOW VII-2011 年基礎学力調査報告」
東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社／フォーラム・A 2012. 10. 10
- 8 「高校生の数学力 NOW VIII-2012 年基礎学力調査報告」
東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社／フォーラム・A 2013. 10. 10

第2章 結果の概要

2.1 調査問題の選定

調査問題は、高校数学科で履修する内容のうち基礎的・基本的な問題を選択して出題した。過去の大規模調査で使用した問題の中から、基礎的・基本的な問題の一部として選ぶことも考えた。過去の大規模調査とは、1980年度に実施した IEA（国際教育到達度評価学会）が実施した「SIMS」（第2回国際数学教育調査）のことである。これは理数系の高校生を対象にした調査であり、当時の高校3年生で「数学Ⅲ」を5単位以上履修している生徒を対象にし、1980年11月に実施したものである。

問題の作成にあたっては、いわゆる受験校で数学科の指導に当たっているベテランの高校教師8名に問題作成委員及び問題評価委員になっていただいた。こうして選択された候補問題を、各委員会での検討を経て、最終的には理系の大学に進学する生徒集団の「期待正答率」として50%～90%の問題11題を1セットにして数学問題A, B, C, Dの4種類を作成した。

実際に出題された問題の内訳、問題数（括弧内）は、次の通りである。

数学Ⅰ：二次関数（2）、三角比（3）

数学Ⅱ：図形と方程式（2）、三角関数（2）、指数・対数関数（4）、微分・積分（4）、
高次方程式（1）

数学Ⅲ：関数の極限（2）、微分法（9）、積分法（1）

数学A：集合と論理（2）、場合の数と確率（1）

数学B：数列（1）、ベクトル（5）、資料の整理（1）

数学C：行列（1）、式と曲線（3） 合計 44題

2.2 得点分布

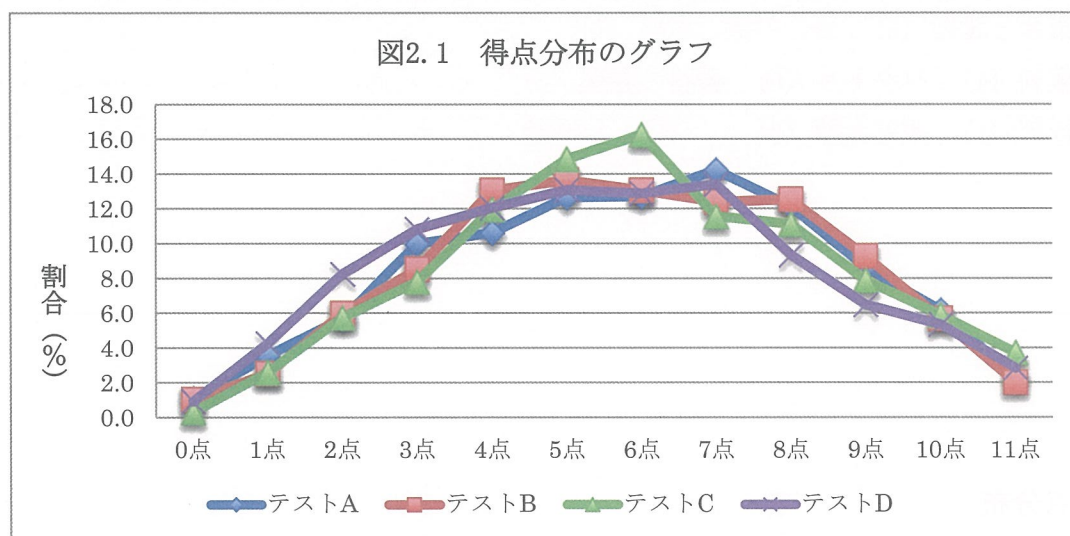
（1）標本生徒全体

今回の調査は、高校数学全領域から基礎的・基本的な問題を選んで実施された。数学問題A, B, C, Dの各問題の正答に1点を与え11点満点として計算した結果が、次の表2.1である。以下では数学問題A, B, C, Dの問題セットを便宜上テストA, B, C, Dと表すことにする。

表 2.1 得点分布／生徒全体

種類	テスト A		テスト B		テスト C		テスト D	
得点	人数	%	人数	%	人数	%	人数	%
0	17	1.1	16	1.0	5	0.3	14	1.0
1	55	3.6	39	2.6	39	2.6	63	4.3
2	88	5.7	92	6.0	86	5.8	122	8.3
3	154	10.0	131	8.6	117	7.8	160	10.9
4	164	10.7	200	13.1	179	12.0	178	12.1
5	195	12.7	209	13.7	222	14.9	193	13.1
6	196	12.7	200	13.1	243	16.3	190	13.4
7	219	14.2	190	12.4	173	11.6	198	13.0
8	187	12.2	192	12.6	166	11.1	138	9.4
9	133	8.6	142	9.3	118	7.9	96	6.5
10	95	6.2	87	5.7	88	5.9	79	5.4
11	35	2.3	31	2.0	56	3.8	42	2.9
人数	1538	100.0	1529	100.0	1492	100.0	1473	100.0
平均	5.9		5.9		6.0		5.6	
標準偏差	2.57		2.51		2.49		2.61	

(注) 有意水準 5 % で平均値の有意差検定の結果, $A=B=C>D$



上の表 2.1 及び図 2.1 の数学得点分布からもわかるように、平均値の有意差検定の結果、テスト A、B、C の平均点の間には有意差がないが、テスト A、B、C の各々とテスト D の間には平均点で有意差がみられた。(A=B=C>D)

(2) 成績の男女差

IEA などの国際調査結果でみると、多くの国で数学成績に男女の違いが出てくるのは中学校段階以降であると言われる。今回の調査は、理数系高校生について調べたもので、将来大学等の理系学部に進学を希望する集団での調査と見ることもできる。

このような集団で基礎・基本的な数学能力に男女差があるかどうかを検証することを試みた。表 2. 2 は男女別の得点分布（%），平均成績等の統計量である。

表 2. 2 男女別得点度数分布（%），平均成績等の統計量

	テスト A		テスト B		テスト C		テスト D	
得 点	男子	女子	男子	女子	男子	女子	男子	女子
0～1 点	4.7	4.7	3.0	5.4	3.3	1.8	4.5	7.0
2～3 点	14.6	19.2	13.5	17.8	13.7	13.3	17.5	24.4
4～5 点	21.2	29.6	26.6	27.1	23.8	35.7	23.6	30.1
6～7 点	27.1	26.5	25.8	24.5	27.2	29.9	27.5	22.8
8～9 点	22.5	15.8	22.3	20.4	20.8	13.8	17.0	12.5
10～11 点	9.9	4.2	8.8	4.7	11.1	5.5	9.9	3.3
人数	1153	385	1142	387	1108	384	1104	369
平均	6.1	5.4	6.0	5.5	6.1	5.6	5.8	4.9
標準偏差	2.62	2.35	2.51	2.46	2.57	2.19	2.64	2.39
t 値	4.91 (男)		3.44 (男)		3.68 (男)		6.10 (男)	

(注) 5%有意水準で平均値の差の検定 (t-検定) の結果、テスト A, B, C, D ではいずれも有意差があり、男子の成績は女子の成績より良かった。表中の t 値は $t = (m_1 - m_2) / \sqrt{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)}$ 、ただし、 n_1, n_2 は標本数、 m_1, m_2 は平均値、 s_1, s_2 は標準偏差値として計算した。

平均値の差の検定では、テスト A、B、C、D ではいずれも男子の成績が女子のそれよりよい結果となった。

過去の調査結果では、05 年度、06 年度の両調査では各テストとも男女の成績の間に有意差はあったが、07 年度ではテスト A のみ女子の成績が男子のそれより良く、08 年度ではテスト D のみ男子の成績が女子のそれより良かった。09 年度では、テスト A が男子の成績が女子の成績より良い結果だったが、その他のテストでは男女の成績に有意差がなかった。また、10 年度ではテスト A と B は男子の成績が良く、11 年度はテスト A と C、12 年度はテスト A と B が男子の成績が女子の成績より良かったが、今回は全てのセットで男子の成績が女子の成績を上回っている。

一方、得点分布の傾向を見ると、各年度とも高得点者（10 点以上）の男女の割合では男子が多い傾向が見られる。

（3）学校平均の分布

各校では生徒を 4 等分して数学問題 A, B, C, D を与えた。仮に生徒の学力に偏りが無いものとして数学問題を与えたとする。しかし、学校分析のための統計量として、参加生徒数 20 人未満の学校 8 校（公立 4 校、私立 4 校）は、この分析から除外された。

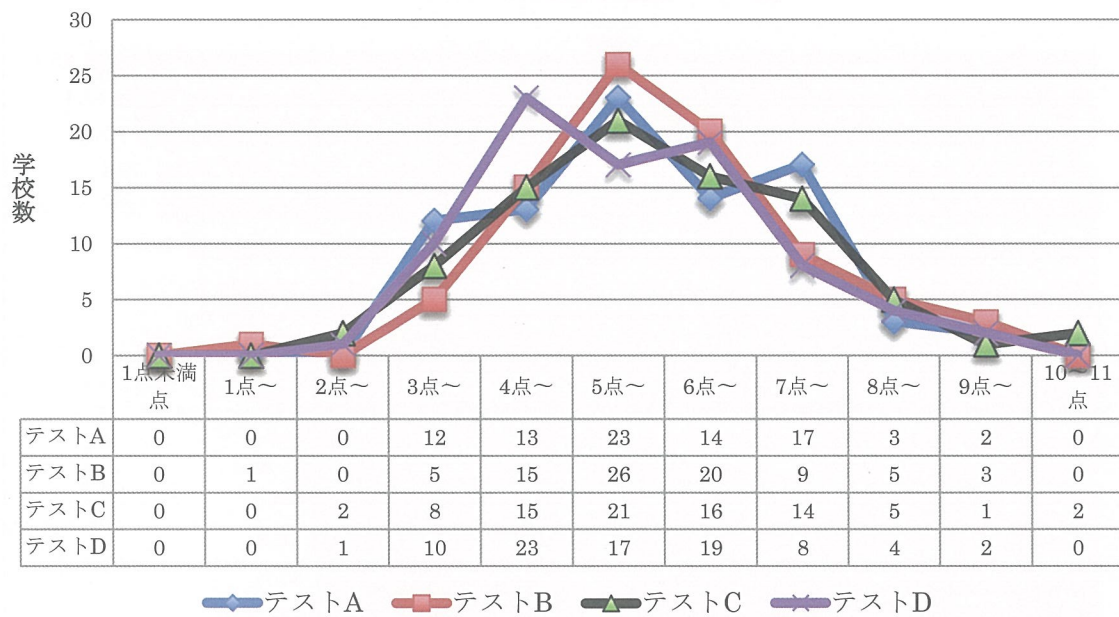
学校ごとに平均点（11 点満点）を算出して分布を求めると、表 2. 3 のようになる。

表 2. 3 学校平均得点の分布

学校平均	テスト A	テスト B	テスト C	テスト D
～2 点未満	0	1	0	0
2 点～	0	0	2	1
3 点～	12	5	8	10
4 点～	13	15	15	23
5 点～	23	26	21	17
6 点～	14	20	16	19
7 点～	17	9	14	8
8 点～	3	5	5	4
9 点～	2	3	1	2
10 点～11 点	0	0	2	0
学校数	84	84	84	84
平 均	5.9	5.9	5.9	5.6
標準偏差	1.48	1.46	1.65	1.52

学校平均得点の分布でみると分かるように、各テスト学校平均の間の有意差検定の結果では、いずれのテスト間にも有意差はなかった。

図2.2 学校平均のグラフ／13年度



2.3 問題別成績

(1) 各問正答率

資料Ⅱをもとに各問正答率を大きさの順に並べ替えてグラフにしたのが図 2.3 である。

グラフの中で、白抜き（黄色）しているのが各テストの中の記述式問題 9, 10, 11 の成績のいずれかであり、その他の問題 1～8 は選択式問題の成績である。なお、記述式問題の正答率では、準正答率を含めた値で過年度とも比較可能になるようにした。全体平均は 53.1% である。

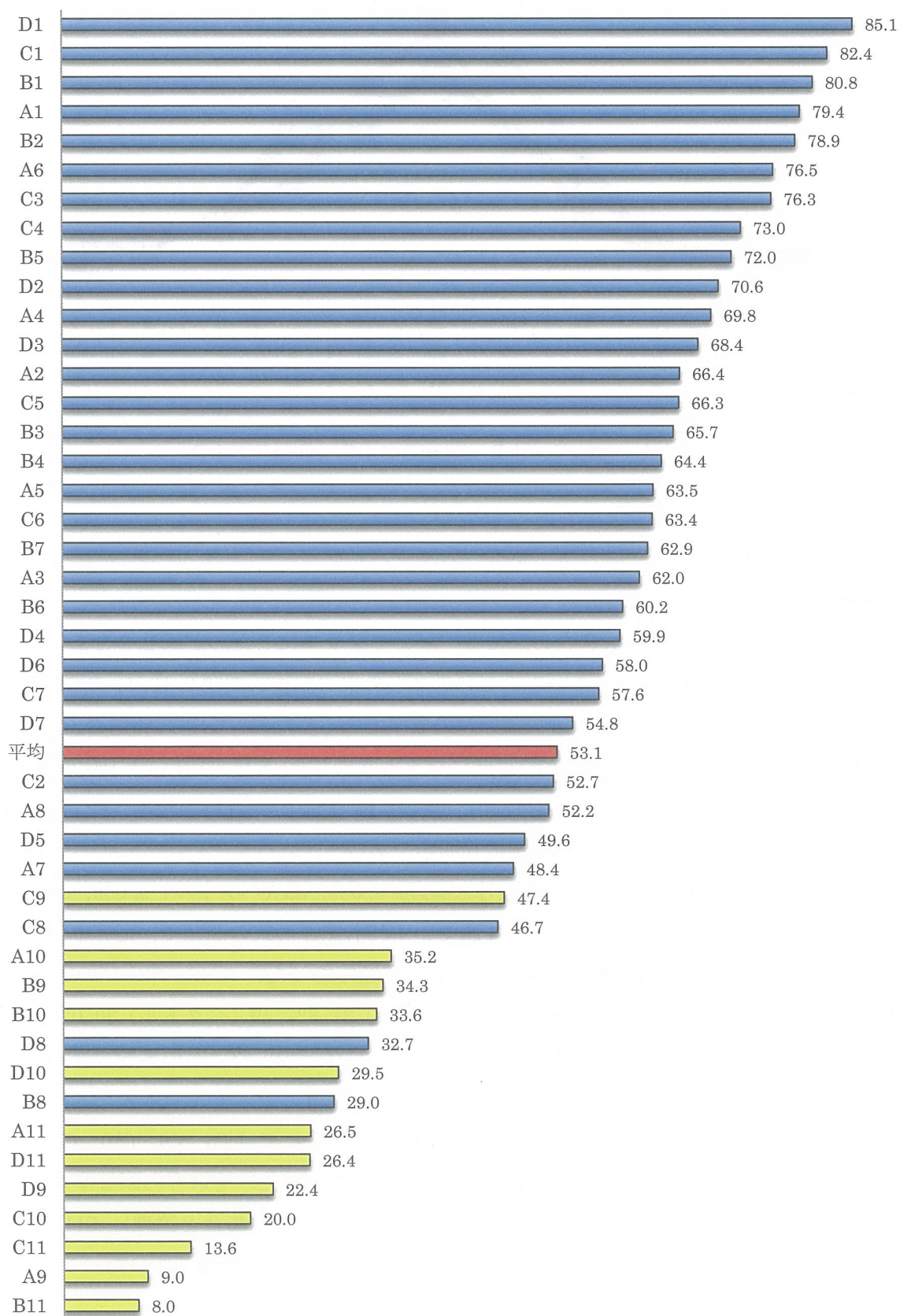
全体 44 題の正答率が 80% 以上の問題は、D1（数列）85.1%、C1（資料の整理）82.4%、B1（微分・積分）80.8% の 3 題でいずれも選択式問題である。

一方、成績がふるわなかったのは、B11（数号と論理）8.0%、A9（ベクトル）9.0%、C11（三角関数）13.6%、C10（ベクトル）20.0% の 4 題でいずれも記述形式の問題で、正答率が 20% 以下であった。そのうち、B11（集合と論理）は新作問題であった。

資料Ⅱから、無答率が 20% 以上の問題は B10（三角比）31.5%、A9（ベクトル）30.0%、B11（集合と論理）25.9%、C11（三角関数）25.3%、C10（ベクトル）23.1% の 5 題である。

誤答率の高い問題、例えば誤答率が 40% 以上になった問題は、テスト A では A7, A8, A9, A10, A11 の 5 題、テスト B では B8, B9, B11 の 3 題、テスト C では C8, C9, C10, C11 の 4 題、テスト D では D5, D6, D7, D8, D9, D10, D11 の 7 題であった。そのうち誤答率が 60% 以上に達した問題は、A9（ベクトル）、B8（指数・対数関数）、B11（集合と論理）、C11（三角関数）、D9（ベクトル）、D11（微分法）の 6 題で生徒にとって難しい問題であった。

図2.3 問題別正答率／13年度



そのうち、B8 は選択式の問題で、

B8 : x, y は正の実数で、 $y=4x^3$ とします。 $\log y$ を x 座標、 $\log x$ を y 座標とする点の集合は、つぎのどれになりますか。

(ア) 1 点 (イ) 3 次曲線 (ウ) 放物線 (エ) 直線 (オ) 指数関数の表す曲線

その反応率は (ア) 3.9%, (イ) 15.2%, (ウ) 20.9%, (エ) 29.0% (正答), (オ) 28.3% であった。昨年度の同問題の反応率は (ア) 3.7%, (イ) 16.3%, (ウ) 20.2%, (エ) 29.4% (正答), (オ) 28.3% であった。11 年度の反応率は (ア) 4.2%, (イ) 19.0%, (ウ) 17.7%, (エ) 26.1% (正答), (オ) 30.5% で同じような傾向を示していた。

また、全体 44 題の平均正答率は 53.1% で、12 年度は 55.2%, 11 年度は 55.9%, 10 年度は 55.3%, 09 年度は 58.0%, 08 年度は 56.4% で、07 年度は 54.6%, 06 年度は 57.4%, 05 年度は 67.5% であった。

(2) 男女別正答率

問題別に男子、女子の正答率を比較したのが、表 2.4 である。

表 2.4 男女別問題別正答率 (%)

問題 番号	テスト A		テスト B		テスト C		テスト D	
	男子	女子	男子	女子	男子	女子	男子	女子
1	79.7	78.4	80.9	80.4	83.1	80.2	86.8*	79.9
2	67.8	62.3	78.5	80.1	55.3*	45.3	72.6*	64.8
3	63.4	57.9	67.9*	59.4	76.8	75.0	70.8*	61.2
4	70.1	69.1	65.4	61.5	72.7	74.0	62.5*	52.3
5	66.5*	54.5	74.4*	64.9	67.2	63.5	50.8	45.8
6	77.6	73.2	60.5	59.2	64.2	61.2	60.0*	52.0
7	52.5*	36.4	66.2*	53.0	58.7	54.4	58.2*	44.7
8	53.6	48.1	30.6*	24.0	48.0	43.0	35.1*	25.7
9	10.6*	4.4	35.4	31.3	49.6*	40.9	24.1*	17.3
10	35.8	33.2	35.0*	29.2	22.0*	14.1	30.7	25.7
11	29.2*	18.4	8.9	5.2	15.1*	9.4	29.5*	17.1
平均	55.2*	48.7	54.9	49.8	55.7	51.0	52.8*	44.2
人数	1153	385	1142	387	1108	384	1104	369

(注) *印 : 正答率の差の検定結果、有意水準 5% で両者の間に有意差ありの項目。

その中で男女の正答率に差が認められた問題は、テスト A では A5, A7, A9, A11, テスト B

では B3, B5, B7, B8, B10, B11, テスト C では C2, C9, C10, C11, テスト D では D1, D2, D3, D4, D6, D7, D8, D9, D11 の全 44 問中 23 問で、いずれも男子の成績が女子の成績より統計的に有意差が有り良かった問題である。他の 21 問には、男女の成績に有意差は見られなかった。

各テスト別の平均値の差の検定では、テスト A と D に有意差が有り平均成績でも男子が良かった。一方、テスト B と C の平均成績の間には男女の成績に有意差がないことがわかった。

1980 年度実施の SIMS (第 2 回国際数学教育調査) の理数系高校 3 年生の男女別成績の有意差検定では、136 題中 81 題は男子の成績が女子の成績より良く、残りの 55 題は男女の成績に有意差が認められなかった。

2005 年度文科省の教育課程実施状況調査では、高校 3 年「数学 I」36 題の平均正答率が男子 53.7%, 女子 47.2% で男女間の成績に有意差が認められていた。

上の両調査では高校 3 年生の数学成績に男女差があることがわかっていた。

理数系生徒の基礎学力調査の年度ごとの有意差検定の結果を年次別に表にまとめてみた。

表 2.5 年次別問題別有意差検定の結果

年度	問題数	男子が上	男女差なし	女子が上
05 年度調査	40 題	2 (5%)	38 (95%)	0 (0%)
06 年度調査	44 題	8 (18%)	35 (80%)	1 (2%)
07 年度調査	44 題	0 (0%)	33 (75%)	11 (25%)
08 年度調査	44 題	12 (27%)	29 (66%)	3 (7%)
09 年度調査	44 題	9 (20%)	34 (79%)	1 (2%)
10 年度調査	44 題	8 (18%)	36 (82%)	0 (0%)
11 年度調査	44 題	6 (14%)	38 (86%)	0 (0%)
12 年度調査	44 題	11 (25%)	33 (75%)	0 (0%)
13 年度調査	44 題	23 (52%)	21 (48%)	0 (0%)

9 か年全体 392 題中では男子の成績が女子より上 79 題 (20.1%), 女子の成績が男子より上 16 題 (4.1%), 男女差なしが 297 題 (75.8%) であり、年次別な違いがあるものの全体的に男女の成績の間に有意差が無いと言えよう。しかし、最近の 2 年間は全体の 1/4 の問題の成績が女子より男子の成績が優れていた。

(3) 学校間・問題別成績

各問題の正答率を学校別に算出し、その成績分布を調べたのが、資料Ⅲである。生徒数が 20 人未満の学校 8 校 (公立 4 校、市立 4 校) を除く 84 校について問題別の統計量を算出し

た。

この分布から学校平均で 75%以上の好成績を上げた問題は A1, A6, B1, B2, C1, C3, D1 の 7 題である。それらの問題の標準偏差の範囲は相対的に小さく、学校間でも易しい問題であった。

逆に、学校平均が 20%未満の問題は A9 (9.3%), B11(7.4%), C9 (6.8%), C10 (19.9), C11 (14.2) の 5 題でいずれも記述式の問題であり、正答率 0 %の学校は、順に 28, 38, 42, 17, 29 校であり、学校間でも難しい問題となっていた。

学校間で成績の開きが大きい問題を、資料Ⅲをもとに作成したのは表 2.6 である。

表 2.6 学校間で正答率にばらつきの大きい問題

成績 (%)	A3	A5	A7	B3	B6	B9	B10	C3	C5	C6	D3
0%～20	0	1	9	3	3	21	24	2	2	1	1
20～40	13	9	18	5	6	28	32	3	5	11	6
40～60	21	24	32	23	26	24	17	13	22	23	15
60～80	31	27	19	29	34	10	10	24	33	34	32
80～100	19	23	6	24	15	1	1	42	22	15	30
学校平均	62.2	64.3	48.3	65.1	60.4	34.4	32.4	75.4	64.8	61.9	69.6
標準偏差	20.55	20.43	21.96	22.36	20.14	20.04	21.34	20.83	20.11	20.97	20.26

学校間の成績のばらつきが大きかった問題は、A3, A5, A7, B3, B6, B9, B10, C3, C5, C6, D30 の 11 題で標準偏差が 20～23%の間であった。B9, B10 の記述式問題以外は、学校平均が 48～70%台であり比較的易しい問題であり、基本的な問題である。学校間でこれほどの開きがあることに課題が残る。

(4) 自信度と正答率

生徒が解答後にその解答に対する自信の程度を三肢(1 解答に自信あり, 2 解答にあまり自信なし, 3 解答に全く自信なし)の中から選択して答えてもらった。

正答して、その解答に自信あることが望ましい。資料Ⅱの中に正答率とその自信率(正答者の中で自信ありと答えた生徒の割合%)が示されている。

正答者のうち自信ありと答えた生徒の割合(自信率/正答率)を正答者の自信度としてあらわし、それを分類したのが表 2.7 である。資料Ⅱより、A1 では正答率が 80.2%, 自信率が 53.1%であるから、正答者の自信度は $53.1/80.2=0.64$ となるので、表の 0.3 以上～0.5 未満に分類される。この値が 1 なら正答者のすべてが自信ありと答え、0.5 なら半数の生徒が自信ありと答えたことを示す数値である。

正答の自信度(正答者の中で自信ありと回答した生徒の割合)が 3 割にも満たなかった問

題は、C2 (0.28) , D6 (0.28) , D8 (0.24) の 3 題であり、これらの問題には多くの生徒が正答であっても自信のない解答をしていたことを示している。

表 2.7 正答率と自信度

自信度 正答率		自信度=自信率／正答率			
		0.30 未満	0.3 以上～	0.50～	0.70 以上
正答率 (%)	20%未満		A9,	B11, C11	
	20%～	D8	A11, B8, B9, D9, D10, D11	A10, B10, C10,	
	40%～	C2, D6,	A7, A8, C7, C8, D5, D7,	C9, D4,	
	60%～		A3, B4, B6,	A1, A5, A6, B2, B3, B5, B7, C3, C4, C5, D2, D3,	A2, A4,
	80%以上				B1, C1, D1,

自信度が正答率の 7 割以上に達した問題は、A2, A4, B1, C1, D1 で、そのうち正答率が 80%以上の問題は B1 (微分・積分) , C1 (資料の整理) , D1 (数列) の 3 題である。

その中で、自身率が低い例としての問題 D8 (集合と論理) は、06 年度から 13 年度まで共通に出題されていた。その問題は、

D8 n が自然数で、 $5^{2n}+5^n$ が 13 で割り切れるとき、 n はどのような数ですか。
 (ア) $n=2$ だけ (イ) n は負でない偶数 (ウ) $n=8p+2$ (p は負でない偶数)
 (エ) $n=4p+2$ (p は負でない整数) (オ) そのような n はない

その正答率、自信率と正答者の自信度は、

06 年度：正答率 31.1%，自信率 7.2%， 正答者の自信度 0.23

07 年度：正答率 32.6%，自信率 4.8%， 正答者の自信度 0.03

08 年度：正答率 33.1%，自信率 7.1%， 正答者の自信度 0.21

09 年度：正答率 34.3%，自信率 7.2%， 正答者の自信度 0.21

10 年度：正答率 30.8%，自信率 6.8%， 正答者の自信度 0.22

11 年度：正答率 31.9%，自信率 7.8%， 正答者の自信度 0.22

12 年度：正答率 30.0%，自信率 7.6%， 正答者の自信度 0.25

13 年度：正答率 32.7%，自信率 8.0%， 正答者の自信度 0.24

となっており、いずれの年度でも自信度が低く現れた問題であった。

(5) 期待正答率と教師の評価

問題作成後に問題作成・問題評価委員会合同会議で、対象生徒の到達度を推定し各問題の予想正答率を策定した。それが「期待正答率」である。さらに、実施校の数学科担当の先生には、実施クラスの実態をふまえて予想正答率を 1 (0～20%未満), 2 (20～40%未満), 3 (40～60%未満), 4 (60～80%未満), 5 (80～100%) の 5 段階で回答していただいた。各校の回答の平均点 X を変換 ($X \times 20 - 10$) した値 (%) を「教師の評価」として求め、それを期待正答率とともに表 2.7 に表した。

表 2.8 期待正答率と教師の評価 (%)

種類	テスト A		テスト B		テスト C		テスト D	
問題	期待正 答率	教師の 評価	期待正 答率	教師の 評価	期待正 答率	教師の 評価	期待正 答率	教師の 評価
1	85	71	90	77	90	73	90	59
2	80	53	80	63	75	43	80	55
3	75	47	90	56	90	60	85	60
4	75	64	85	44	90	67	85	64
5	80	56	85	46	80	50	70	46
6	85	63	85	53	90	56	80	41
7	80	48	80	51	60	31	85	44
8	75	41	60	36	50	41	50	28
9	70	33	70	43	75	49	62	42
10	70	53	60	26	80	44	70	39
11	50	46	70	31	50	35	60	38
平均	75.0	52.3	77.7	47.8	75.5	50.0	74.3	46.8

期待正答率と教師の評価の値に開きが少ない問題 (差が 10%以内) は、A11 (指数・対数関数), C8 (積分法) の 2 題である。

反対に、大きなずれがあった問題 (30%以上) は、A7, A8, A9, B3, B4, B5, B6, B10, B11, C2, C6, C10, D1, D6, D7, D10 の 16 題である。その中でも D7 (微分法) はその差が 41% で予想正答率と教師の評価とに大きな差が出た。

期待正答率と教師の評価との差が 20% 以上の問題は 35 題あり、問題に対する評価のずれが大きいことがわかる。

(6) 正答率と期待正答率

つぎに、正答率と期待正答率とを比較したのが表 2.9 である。

誤答率の多い問題、例えば誤答率が 40%以上の問題は、A2, A4, A9, A11, B4, B6, B10, B11, C6, C7, C8, C10, C11, D1, D3, D5, D8, D9, D10, D11 の 20 題で、そのうち A2 (数と式), A11 (三角関数), B4 (指数・対数関数), B10 (平面図形), B11 (図形と方程式), C7 (集合と論理), C10 (ベクトル), C11 (指数・対数関数), D1 (三角比), D3 (微分・積分), D8 (式と曲線), D9 (三角比), D10 (図形と方程式), D11 (微分法) の 14 題は誤答率 50%以上の問題であった。選択肢問題の中で、誤答率が 6 割以上の問題は B4 (指数・対数関数), C7 (集合と論理) の 2 題であった。

表 2.9 期待正答率と生徒の正答率の比較

	期待正答率との比較 (正答率-期待正答率)			
	大いに下回るもの (-20%以下)	下回るもの (-20%~-10%)	同程度なもの (-10%~10%)	上回るもの (10%以上)
テスト A	A7, A8, A9, A10, A11	A2, A3, A5	A1, A4, A6	
テスト B	B3, B4, B6, B8, B9, B10, B11	B5, B7	B1, B2	
テスト C	C2, C6, C9, C10, C11	C3, C4, C5	C1, C7, C8	
テスト D	D4, D5, D6, D7, D9, D10, D11	D3, D8	D1, D2	

例えば、A1 は正答率が 79.4%, 期待正答率が 85%で、その差は-5.6%で±10%以内であるから「同程度なもの」に、A2 は正答率が 66.4%, 期待正答率が 80%で、その差は-13.6%であるから「下回るもの」、A7 は正答率が 48.4%, 期待正答率が 80%で、その差は-31.6%であるから「大いに下回るもの」のように分類してみた。

正答率が期待正答率より 10%以上「上回っている」問題は皆無で、「同程度なもの」は A1, A4, A6, B1, B2, C1, C7, C8, D1 の 10 題、期待正答率が実際の正答率より 20%以上差のある問題は 24 題であり、そのうち差が 30%以上のものは A7, A9, A10, B8, B9, B11, C10, C11, D7, D9, D10, D11 の 12 題であり、昨年度、一昨年度とも 9 題であったことと比べて、成績の低下がみられる。

(7) 正答率と教師の評価

クラスの生徒の実態を把握している教師の評価点はどうだろうか。その評価 (%) は、実際の生徒の正答率に近いのではないかとと思われる。表 2.10 は、生徒の正答率と教師の評価 (%) を比較して表にしたものである。

表 2.10 教師の評価と生徒の正答率の比較

	教師の評価との比較（正答率-教師の評価）				
	大いに下回る もの (-20%以下)	下 回 る も の (-20~-10%)	同程度なもの (-10%~10%)	上回るもの (10%~20%)	大いに上回る もの (20%以上)
テスト A	A9	A10, A11	A1, A4, A5, A7	A2, A3, A6 A8	
テスト B	B11		B1, B6, B8, B9, B10	B2, B3, B7	B4, B5
テスト C	C10, C11		C1, C4, C6, C8, C9	C2, C3, C5	C7
テスト D		D9, D11	D3, D4, D5, D8, D10	D2, D6, D7	D1

生徒の成績と教師の評価の間に差のない問題は 19 題、生徒の成績が勝っていた問題は 17 題、その中でも B4, B5, C7, D1 の 4 題はその差が 20%以上であった。また、教師の評価が勝っていたのは 8 題となっている。期待正答率の場合に比べて、教師の評価は比較的バランスのとれた結果で、生徒の実態にあった評価が多かった。

2.4 過去の調査結果との比較

過去の調査問題の成績と比較して、今年度の結果を比較検討することがこの調査の目的の一つでもある。

2.4.1 同一問題による成績比較

今年度の調査校のうち、過年度でも本調査に参加している学校がある。今年度と同一校の過年度データであれば、各学校の学力は一定で安定したデータが得られるという仮説から、同一校同一問題による分析を試みた。

(1) 昨年度と同一問題の比較

昨年度の調査問題の中から 38 題の問題を取り出して、今年度の各セットに配置し、同一問題による成績の比較検討を行った。

また、今年度実施の 92 校中 53 校が昨年度の調査校でもあった。ここでの分析の対象を昨年度と同じ 53 校にし、以下の 40 題について成績比較した。

その同一 53 校の生徒数は、

13 年度：3,308 名（A：970 名,B：964 名,C：940 名,D：934 名）

12 年度：3,651 名（A：928 名,B：910 名,C：904 名,D：909 名）

であった。

各年度の問題と成績を比較したのが表 2.11 である。

表 2.11 同一問題の正答率（13 年度 vs. 12 年度同一校 53 校 38 題）

13 年		12 年		13 年		12 年		13 年		12 年	
問題	成績	問題	成績	問題	成績	問題	成績	問題	成績	問題	成績
A1	79.7	B1	81.6	B4	64.8	C4	62.4	C9	46.4	D9	49.1
A3	60.2	B3	68.2*	B5	71.6	C5	67.6	C10	18.9	C9	26.7*
A4	69.5	B4	68.0	B6	59.0	C6	61.8	C11	12.6	D11	18.4*
A5	60.9	B5	65.4*	B7	63.9	C7	61.7	D1	84.3	A1	84.1
A6	76.8	D2	74.5	B8	28.5	C8	28.0	D2	70.3	A2	70.2
A7	46.1	B7	49.9	B9	34.9	D10	34.7	D3	67.6	A3	67.7
A8	52.5	B8	52.2	B10	34.6	C10	31.9	D4	59.0	A4	63.6*
A9	8.6	B9	18.5*	C2	52.7*	B6	43.4	D5	49.8	A5	50.3
A10	35.4	B10	40.2*	C3	77.2	D3	79.4	D6	57.4	A6	60.1
A11	26.2	B11	39.3*	C4	72.3	D4	77.7*	D8	30.6	A8	30.1
B1	80.8	C1	81.3	C5	67.6	D5	73.3*	D10	27.1	A10	28.0
B2	77.3	C2	77.2	C7	58.1	D7	59.5	D11	25.2	A11	33.9*
B3	66.0	C3	65.9	C8	45.0	D8	51.6*	平均	53.3	平均	55.2

（注）成績（％）の右肩の*印は、今年度と過年度との比較で成績間に統計的に有意差がある事を示す。問題 9～11 は準正答も正答率に含めた。

同一 33 校の両年度の問題別成績の比較をすると、統計的有意差検定の結果（平均値の差の検定）で 13 年度の成績が 12 年度よりよかった問題は、今年度の問題番号で表すと C2（図形と方程式）1 題である。反対に今年度の成績が 12 年度の成績より悪かった問題は、A3, A9, A10, A11, C4, C5, C8, C10, C11, D11 の 10 題でである。他の 27 題（全体の 71％）には両調査で有意差が認められなかった。

統計的な有意差検定の結果で今年度の成績と比較して整理すると、

今年度の成績が	よくなった	変わらない	悪くなった
12 年度より	1 題（3％）	題（71％）	10 題（26％）

であった。

また、平均成績では今年度 53.3%，12 年度 55.2%で、平均成績の間のは統計的な有意差はなかった。

(2) 11～13 年度共通問題の比較

つぎに、今年度調査校のうちの 29 校は過去 3 年間（13 年，12 年，11 年）継続して本学力調査に参加していた。これらの高校で 3 年間の共通 34 題の正答率を年度別に再計算して問題ごとの成績を比較した。

その同一 32 校の生徒数は以下の通りである。

13 年度：2,501 名（A：636 名，B：630 名，C：625 名，D：610 名）

12 年度：2,206 名（A：568 名，B：552 名，C：541 名，D：590 名）

11 年度：2,381 名（A：618 名，B：605 名，C：590 名，D：568 名）

問題別に、今年度（13 年度）の成績と 12 年，11 年の成績との差を示したのが表 2.12 である。

表 2.12 同一校同一問題の成績比較（11～13 年度共通 32 校 37 題）

問題	13 年	12 年	11 年	問題	13 年	12 年	11 年	問題	13 年	12 年	11 年
A1	78.0	-3.9	-4.7*	B4	62.5	0.1	-3.9	C9	46.2	-0.9	-4.2
A3	61.5	-7.5*	-4.3	B5	72.1	4.0	4.5	C11	13.3	-7.5*	-4.7*
A4	67.3	-2.3	2.1	B6	59.4	-5.5	-3.1	D1	84.8	0.4	-1.2
A5	63.5	-1.9	0.9	B7	64.6	0.8	-0.8	D2	68.4	-2.6	3.5
A6	76.9	3.5	1.7	B8	28.4	1.1	2.0	D3	69.2	1.9	-1.5
A7	47.0	-3.9	-5.3	B9	34.0	1.5	1.2	D4	59.8	-3.7	-4.4
A8	52.2	1.1	-3.3	B10	35.1	2.7	-2.6	D5	47.9	-3.2	-5.5
A9	8.6	-11.1*	-0.3	C2	52.6	7.7*	10.1*	D6	55.9	-4.8	-4.4
A10	33.5	-2.6	-6.0*	C3	77.9	-0.4	-0.4	D8	33.1	2.5	-0.1
A11	26.1	-14.1*	-16.9*	C4	72.0	-5.1*	1.3	D10	25.9	-2.3	-2.1
B1	80.8	1.3	0.4	C5	67.8	-7.0*	-2.9	D11	24.4	-9.4*	-11.0*
B2	77.0	-0.1	-1.0	C7	57.6	-1.7	1.7				
B3	66.2	1.3	2.4	C8	44.6	-6.7*	-3.0	平均	53.9	56.1	55.7

（注）成績（%）の右肩の*印は、今年度と過年度との比較で成績間に統計的に有意差がある事を示す。問題 9～11 は準正答も正答率に含めた。

成績の推移を調べる目的で、今年度の成績との差によって、その推移を示した表であるが、

例えば、問題 A1 で今年度の成績は 78.0% で、12 年度の成績 (81.9%) との差は -3.9%、11 年度 (82.7%) との差は -4.7% で、昨年度より 3.9%、一昨年度より 4.7% それぞれ成績が下がっていることを示している。

平均成績の有意差検定結果では、今年度の成績が、12 年度の成績と比較して A3, A9, A11, C4, C5, C8, C11, D11 の 8 題で下がり、C2 の 1 題で上がっていた。また、11 年度の成績と比較して A1, A10, A11, C11, D11 の 5 題で下がり、C2 の 1 題で上がっていた。その中で、A11, C11, D11 の 3 題は両年度よりも成績が下がり、C2 はいずれよりも上がっていた。

32 題全体の平均成績では今年度が 53.9% に対して、12 年度の成績は同じ 56.1%、11 年度の成績は 55.1% であり、有意差がみられなかった。

統計的な有意差検定の結果で今年度の成績と比較して整理すると、

今年度の成績が	よくなった	変わらない	悪くなった
12 年度より	1 題 (3%)	23 題 (72%)	8 題 (25%)
11 年度より	1 題 (3%)	26 題 (81%)	5 題 (16%)

であった。上の表から、今年度 (13 年度) の成績と比較して 12 年度は 23 題 (72%)、11 年度は 26 題 (81%) の問題の成績に変化がなかったことを示している。

(3) 10～13 年度共通問題の比較

また、今回調査校のうちの 24 校は過去 4 年間継続して本学力調査に参加していた。これらの高校で 4 年間の共通 32 題の正答率を年度別に再計算して問題ごとの成績を比較した。

その 24 校全体の生徒数は以下の通りである。

13 年度：1,965 名 (A：500 名, B：494 名, C：488 名, D：483 名)

12 年度：1,722 名 (A：443 名, B：428 名, C：424 名, D：427 名)

11 年度：1,966 名 (A：507 名, B：497 名, C：487 名, D：475 名)

10 年度：1,584 名 (A：396 名, B：398 名, C：400 名, D：390 名)

問題別に、今年度 (13 年度) の成績と 12 年, 11 年, 10 年の成績との差を示したのが表 2.13 である。

表 2.13 同一校同一問題の成績比較 (13～10 年度共通 24 校 34 題)

問題	13 年 成績	12 年 度	11 年 度	10 年 度	問題	13 年 成績	12 年 度	11 年 度	10 年 度	問題	13 年 成績	12 年 度	11 年 度	10 年 度
A1	77.0	-7.1*	-6.6*	-8.9*	B6	59.7	-7.3*	-0.5	-7.5*	C11	14.1	-7.9*	-5.2*	-4.5
A3	63.8	-5.1	-4.8	-2.8	B7	65.4	1.5	1.1	2.1	D1	84.3	-0.4	-0.5	1.4
A4	66.4	-4.2	-0.5	-0.8	B8	28.9	-0.3	1.8	-6.0	D2	67.9	-2.1	3.5	1.6
A5	65.0	-1.4	1.5	-2.4	B9	33.4	0.4	0.2	-0.1	D3	69.6	-0.2	0.6	-0.9
A6	76.6	2.6	1.8	-2.3	B10	37.0	1.4	0.2	-3.6	D4	59.8	-5.2	-2.6	-11.8*

A7	47.8	-5.5	-6.4*	-4.0	C2	53.9	9.3*	11.5*	2.1	D5	48.7	-6.2	-4.6	3.0
A10	35.2	-1.7	-4.8	3.9	C3	76.6	-1.3	0.6	-2.1	D6	57.6	-3.8	-0.8	-1.3
A11	27.0	-14.4*	-17.4*	-9.5*	C4	72.3	-4.2	1.7	1.6	D8	34.2	2.8	0.7	2.2
B1	81.4	0.5	1.6	-2.2	C5	67.6	-7.3*	-3.6	-5.4	D10	28.6	-2.1	2.3	-2.6
B2	78.7	1.6	0.9	3.0	C7	57.2	-3.0	-0.4	4.4	D11	23.8	-10.7*	-9.3*	8.7*
B3	66.0	-2.4	4.5	-2.7	C8	45.7	-8.9*	-4.4	-5.6					
B5	72.5	4.3	4.7	11.2*	C9	47.5	-1.2	-2.2	0.1	平均	55.6	58.3	56.7	56.9

(注)問題別の 08 年, 07 年, 06 年の数値は今年度の成績 (09 年) との差 (正の数値は今年度よりもその数値だけわるい) を表す。数値の肩に*印のものは今回の成績との間に有意差があることを示す。

表 2.13 は, 今年度の成績と過年度の成績の推移を示した表であるが, 例えば問題 A1 では今年度の成績が 77.0% で, 12 年度の成績 (84.1%) との差は-7.1%, 11 年度 (83.6%) との差は-6.6% で, 10 年度 (85.9%) との差は-8.9% であることを示している。そして, いずれの年度とも有意差が有ることので*印が付加されている。

平均成績の有意差検定結果では, 今年度の成績が, 12 年度の成績と比較して A1, A11, B6, C5, C8, C11, D11 の 7 題で下がっており, C2 の 1 題で上がっていた。また, 11 年度の成績と比較して A1, A11, B6, D4 の 4 題で下がり, C2 の 1 題で上がっていた。さらに, 11 年度の成績と比較して A1, A11, C11, D11 の 4 題で下がり D11 の 1 題で上がっていた。その中で, A1, A11 の題は 13 年度よりも成績が下がっていた。

各年度の平均成績は, 13 年度 55.6%, 12 年度 58.3%, 11 年度 56.7%, 10 年度 56.9% であったが, 今年度との間に有意差はなかった。

今年度の各問成績と過年度の成績との間の統計的な有意差検定の結果で, 今年度の成績と比較して整理すると,

今年度の成績が	上がった	変わらない	下がった
12 年度より	1 題 (3%)	26 題 (76%)	7 題 (21%)
11 年度より	1 題 (3%)	29 題 (85%)	4 題 (12%)
10 年度より	1 題 (3%)	29 題 (85%)	4 題 (12%)

今年度の成績が 12 年度, 11 年度, 10 年度の成績より統計的に良くなったのは 1 題であった。反対に, 今年度の成績が過年度の成績より悪くなったのは, それぞれ 7 題, 4 題, 4 題であった。

(4) 07～13 年度共通問題 (26 題 15 校) の比較

同様に, 年度ごとに共通問題についての分析を試みたが, ここでは今回調査校のうちの 15 校は過去 7 年間継続して調査に参加していた。これらの高校で 7 年間の共通 26 題の正

答率を年度別に再計算して問題ごとの成績を比較した。

その 15 校全体の生徒数は以下の通りである。

13 年度：1,182 名（A：300 名, B：295 名, C：294 名, D：293 名）

12 年度：1,119 名（A：287 名, B：285 名, C：274 名, D：273 名）

11 年度：1,271 名（A：326 名, B：318 名, C：314 名, D：313 名）

10 年度：952 名（A：239 名, B：241 名, C：238 名, D：234 名）

09 年度：1,080 名（A：274 名, B：276 名, C：273 名, D：257 名）

08 年度：1,076 名（A：273 名, B：267 名, C：270 名, D：266 名）

07 年度：1,132 名（A：291 名, B：283 名, C：280 名, D：278 名）

問題別に、今年度（13 年度）の成績と 12 年, 11 年, 10 年, 09 年, 08 年, 07 年の成績との差を示したのが表 2.14 である。

表 2.14 同一校共通問題の成績比較（07～13 年度共通 15 校 26 題）

問題	13 年 成績	12 年 度	11 年 度	10 年 度	09 年 度	08 年 度	07 年 度	問題	13 年 成績	12 年 度	11 年 度	10 年 度	09 年 度	08 年 度	07 年 度
A1	73.3	<u>-7.7</u>	<u>-7.3</u>	<u>-8.4</u>	-4.0	-5.1	<u>-7.6</u>	C4	71.4	-5.5	3.8	3.9	3.9	-0.9	-0.3
A3	58.3	-7.3	<u>-7.7</u>	-6.0	<u>9.4</u>	-6.5	2.1	C5	63.6	<u>-7.8</u>	-4.8	-7.5	-1.0	-3.7	<u>-7.6</u>
A4	61.3	-5.7	-3.7	-1.3	-6.1	0.5	-6.2	C7	55.8	-1.0	2.0	<u>9.6</u>	4.0	-3.0	-1.1
A5	62.0	-0.5	-2.1	-3.3	0.9	0.8	-1.2	C8	43.2	<u>-9.9</u>	-3.0	-3.9	<u>-10.1</u>	3.3	-6.1
A6	73.0	0.4	4.1	-5.0	-0.5	-0.7	-0.7	D1	83.6	0.3	-0.5	2.0	2.7	<u>6.9</u>	2.7
A10	34.3	-2.2	-6.5	4.8	-5.1	0.6	5.4	D2	67.9	1.0	5.0	7.8	2.5	-2.4	-2.1
B1	79.3	5.1	-1.2	-2.7	-1.5	-2.0	-4.1	D3	68.6	0.0	2.7	-0.4	3.8	-2.5	-5.7
B3	60.7	-3.9	1.6	-2.1	-4.9	-2.3	-1.5	D4	61.1	-5.8	1.2	-4.9	-2.0	-4.1	1.9
B6	56.9	-5.5	2.0	-3.6	0.5	-4.5	7.3	D5	48.1	-2.4	-3.0	4.5	-2.2	-3.2	-4.3
B7	64.1	2.8	1.0	2.2	5.7	2.9	2.3	D8	34.8	0.7	-0.2	5.8	1.7	-1.9	3.4
B8	28.8	1.1	3.6	-4.0	-4.2	-5.6	-4.8	D10	27.6	-5.8	2.5	-3.5	-1.0	-5.0	-6.3
B9	31.9	1.1	1.7	2.5	-2.2	-7.4	-4.2	D11	22.9	<u>-13.4</u>	<u>-11.2</u>	<u>7.1</u>	4.2	-3.8	-6.5
C2	55.4	<u>11.6</u>	<u>13.1</u>	2.7	<u>9.5</u>	4.7	2.2								
C3	75.5	0.1	3.6	-2.7	-3.5	-2.8	1.3	平均	56.3	58.6	56.4	56.5	56.3	58.1	57.9

（注）問題別の 12 年～07 年度の数値は、13 年度の成績との差で、正の数値は今年度よりもその数値だけ成績がわるいことを表す。数値にアンダーラインがあるものは今年度の成績との間に有意な差があることを示す。

表 2.14 から、今年度と過年度の成績比較では、統計的に有意差が認められ、良くなったのが 12 年, 09 年, 08 年では 1 題, 10 年では 2 題であった。他方、悪くなったのは 12 年で 4 題, 11 年で 3 題, 10 年と 09 年で 1 題, 09 年で 2 題, 07 年で 1 題となっていた。

全体 26 題の平均成績では、13 年度 56.3%、12 年度 58.6%、11 年度で 56.4%、10 年度で 56.5%、09 年度で 56.3%、08 年度 58.1%、07 年度 57.9%であった。今年度の成績と他年度の成績には有意な差が認められなかった。

統計的な有意差検定の結果で、今年度の成績と比較して整理すると、

今年度の成績が	よくなった	変わらない	悪くなった
12 年度より	1 題 (4%)	21 題 (81%)	4 題 (15%)
11 年度より	1 題 (4%)	22 題 (85%)	3 題 (11%)
10 年度より	2 題 (8%)	23 題 (88%)	1 題 (4%)
09 年度より	1 題 (4%)	23 題 (88%)	2 題 (4%)
08 年度より	1 題 (4%)	25 題 (96%)	0 題 (0%)
07 年度より	0 題 (0%)	24 題 (82%)	2 題 (8%)

(5) 年度ごとの共通問題の成績

問題別に、今年度（13 年）の成績と他年度の成績で同一校共通問題に平均成績を算出したのが、表 2.15 である。

表 2.15 年度別比較の平均成績 (%)

		年次別平均成績（上段：正答率、 下段：生徒数）								
比較年次	問題数 (学校数)	13 年	12 年	11 年	10 年	09 年	08 年	07 年	06 年	05 年
13～12 年度 共通	38 題 (53 校)	53.1 3,808	55.2 3,651							
13～11 年度 共通	37 題 (32 校)	53.9 2,501	56.1 2,206	55.7 2,381						
13～10 年度 共通	34 題 (24 校)	55.6 1,965	58.3 1,722	56.7 1,966	56.9 1,584					
13～09 年度 共通	33 題 (19 校)	56.5 1,507	59.5 1,424	57.3 1,592	57.0 1,256	55.7 1,424				
13～08 年度 共通	27 題 (17 校)	57.1 1,255	60.2 1,298	57.5 1,448	56.9 1,103	56.3 1,271	59.0 1,240			
13～07 年度 共通	26 題 (15 校)	56.3 1,182	58.6 1,119	56.4 1,271	56.5 952	56.3 1,080	58.1 1,076	57.9 1,132		
13～06 年度 共通	21 題 (12 校)	57.4 987	57.5 972	54.7 1,110	56.9 819	57.1 932	55.6 932	57.9 996	59.1 872	

13～05 年度	16 題	56.1	57.0	54.7	55.4	56.2	55.7	56.7	62.3*	59.9
共通	(10 校)	906	875	972	713	779	794	845	726	397

(注) *印の成績は今年度の成績と比べて有意差が有る年度を表す。

表 2.15 をもとに 13～05 年度同一校同一問題（16 題）の年度ごとの平均成績をグラフに表したのが、図 2.4 である。

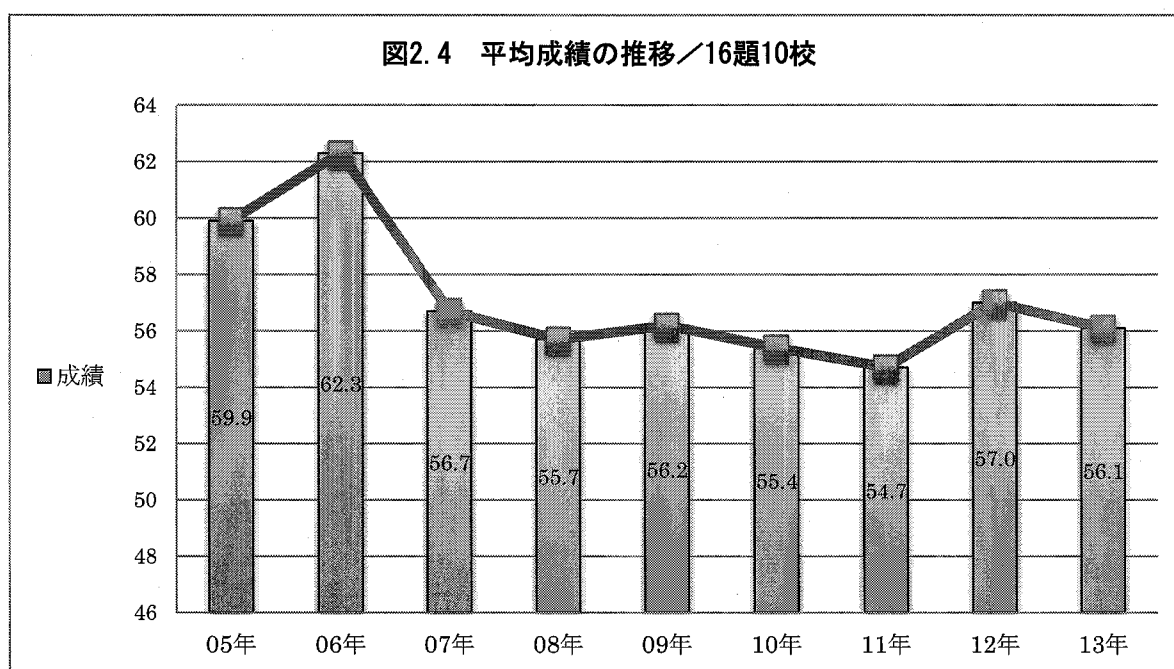


図 2.4 から、13～05 年度別比較では 05 年度、06 年度の成績には有意差がないが、06 年度と 07～13 年度のいずれとも成績に有意差がある。グラフの様子からも明らかなように、06 年度を境にして成績が低下していることが分かる。

2.4.2 IEA 調査との比較

過去の大規模調査として、IEA が実施した SIMS（第 2 回国際数学教育調査）がある。その調査問題の中から基礎・基本問題を昨年度に続き 32 題選択して調査した。SIMS 調査の母集団の定義は、「高校 3 年生で数学Ⅲを 5 単位以上履修している生徒」であった。今回の調査対象は、高校 3 年で数学Ⅲと数学 C を履修している生徒であるから比較可能であると判断して、その結果を表 2.16 に表した。

表 2.16 過去の調査との比較／今回 vs. SIMS

問 題	テスト A			テスト B			テスト C			テスト D		
	今回 成績	SIMS 成績	有意 差	今回 成績	SIMS 成績	有意 差	今回 成績	SIMS 成績	有意 差	今回 成績	SIMS 成績	有意 差
1	79.4	75.0		80.8	73.8		82.4	86.8	sims	85.1	67.4	
2	66.4	62.9		78.9	63.4		52.7	44.8		70.6	58.6	
3	62.0	58.6		65.7	55.8		76.3	74.6	ns	68.4	64.3	
4	69.8	50.0		64.4	68.9	sims	73.0	74.0	ns	59.9	56.8	ns
5	63.5	55.3		72.0	61.8		66.3	66.2	ns	49.6	43.8	
6	76.5	68.1		60.2	57.6	ns		-	-	58.0	57.1	ns
7	48.4	62.7	sims	62.9	55.5		57.6	58.0	ns		-	-
8	52.2	55.0	ns	29.0	38.1	sims	46.7	42.3		32.7	30.1	ns

(注) 有意差検定の結果：5%有意水準で、ns:両者に有意差なし、sims:今回調査より SIMS 調査の成績がよい、

*:今回調査の成績が sims 成績よりよい、-:対応する SIMS の結果はないことを表す。

今回実施した各テストの 1～8 題は、1980 年度 SIMS 調査（第 2 回国際数学教育調査）で使
用した問題からの出題で、問題ごとに今回の成績と当時高校 3 年理数系生徒の成績（正答率）
を表で比較した。

各問の成績間の有意差検定を行って結果をまとめると、今回の正答率が SIMS 調査のそれよ
りよかったのはテスト A では問題 1, 2, 3, 4, 5, 6 の 6 題、テスト B では問題 1, 2, 3, 5,
7 の 5 題、テスト C では問題 2, 8 の 2 題、テスト D では問題 1, 2, 3, 5, 7 の 5 題であった。
反対に、SIMS 調査の方の成績が今回よりよかったのはテスト A の問題 7、テスト B の問題 4, 8,
テスト C の問題 1 であった。

全体 30 題中、今回調査がよかったのは 17 題(57.0%)、SIMS 調査の方がよかったのは 4 題
(13.0%)、両調査に有意差がみられなかったのは 9 題(30.0%)であった。

次の表 2.16 は、各年度の報告書から SIMS 調査(1980 年度)の結果と比較したものである。

表 2.17 SIMS 調査との比較

比較対象	理大調査が上	同程度	SIMS 調査が上	調査問題数
13 年度調査	17 (57%)	9 (30%)	4 (13%)	30
12 年度調査	22 (70%)	5 (15%)	5 (15%)	32
11 年度調査	21 (66%)	8 (25%)	3 (9%)	32
10 年度調査	21 (66%)	8 (25%)	3 (9%)	32
09 年度調査	19 (59%)	11 (34%)	2 (6%)	32

08 年度調査	19 (59%)	10 (31%)	3 (9%)	32
07 年度調査	19 (59%)	7 (22%)	6 (19%)	32
06 年度調査	18 (56%)	9 (28%)	5 (16%)	32
05 年度調査	25 (89%)	3 (11%)	0 (0%)	28

(注) 表中の数値は問題数。問題ごとに SIMS と本調査の成績を比較した結果、その成績の有意差検定を行い「本調査が上」、「同程度」、「SIMS 調査が上」とた。() 内の数値は調査問題全体に対する割合 (%) である。

05～13 年度全体 282 題では、理大調査の成績がよいのは 181 題 (64.2%)、SIMS 調査の成績が良いのは 31 題 (11.0%)、両調査の成績に有意差がないのは 70 題 (24.8%) であった。相対的に、1980 年代の国際調査結果に比べて、理大調査結果の成績が SIMS の成績より向上していると見ることができる。すなわち、標本抽出の違いがあることを考慮しても、SIMS 当時の高校 3 年生と比べて、今回の生徒の成績は劣っていないと言える。

参考までに、SIMS 調査は、当時の「数学Ⅲ」履修生 (5 単位以上) の中から 207 校 7,982 人の標本抽出により 1980 年 11 月に実施された。数学問題は 17 題を 1 セットにして 8 セット (合計 136 題) を用意し、各クラスを 4 等分して任意の 2 セット (計 34 題) を生徒個人に与えて調査した。

SIMS 調査では、各問題を内容と目標の 2 次元に分類して分析していた。教育的なねらいとした目標では、「計算」、「理解」、「応用」、「分析」の 4 領域である。要約すれば、

「計算」：事実、用語に関する知識やアルゴリズムを実行する能力等をみる

「理解」：あるやり方から別のやり方へ問題を変換する能力等をみる

「応用」：決まりきった手順で問題を解く能力等をみる

「分析」：決まりきった手順ではできない応用を要求する能力等をみる

問題からの出題とみていた。

それに従って、今回の問題を分類し整理すると、表 2.17 になる。

表 2.18 内容・目標からの分類

領域	内容・目標	問 題	今回	SIMS
内 容	数の体系	A1, A2, D1 3 題	77.0	68.4
	代数	A3, B5, B6 D8 4 題	56.7	52.0
	幾何	C2, C3, C4, D5, A4, C5 6 題	64.6	58.9
	解析	B1, B3, D2, D3, B8, C8, D4, D6, A5, A6, B2, B4, C7, A7, A8 15 題	61.4	58.5

	確率・統計	B7, C1	2 題	72.6	71.2
目 標	計算	A3, B1, B3, C2, C3, D2, D3	7 題	68.1	61.5
	理解	B8, C4, C8, D4, D5, D6	6 題	52.7	52.0
	応用	A1, A2, A4, A5, A6, B2, B4, B5, B6, B7, C1, C5, C7, D1, D8	15 題	67.9	61.8
	分析	A7, A8	2 題	50.3	58.9
		全 体	30 題	63.7	59.6

内容領域別では、今回と SIMS の修正平均成績の差は、「数の体系」で 12.9%、「代数」で 4.9%、「幾何」で 5.5%、「解析」で 6.2%、「確率・統計」で 12.4%となりいずれも勝っていた。また、目標領域別では、今回と SIMS の平均成績の差は、「計算」で 8.9%、「理解」で 5.7%、「応用」で 8.7%、「分析」で 2.5%となり、全体で 6.6%今回の成績が勝っていた。他の領域に比べて「分析」領域での差はなく、この領域では成績の伸びはなかったことになる。

2.5 問題分析

資料Ⅱをもとに、問題別成績を科目別に表 2.18 にまとめた。

表 2.19 問題別正答率

科目	正答率（問題番号）	平均
数学Ⅰ	35.2(A10), 72.0(B5), 33.6(B10), 76.3(C3), 70.6(D2) 5 題	57.5
数学 A	62.9(B7), 8.0(B11), 32.7(D8) 3 題	34.5
数学Ⅱ	79.4(A1), 66.4(A2), 69.8(A4), 76.5(A6), 52.2(A8), 26.5(A11), 80.8(B1), 29.0(B8), 52.7(C2), 47.4(C9), 13.6(C11), 58.0(D6), 29.5(D10) 13 題	52.5
数学 B	9.0(A9), 34.3(B9), 82.4(C1), 73.0(C4), 20.0(C10), 85.1(D1), 22.4(D9) 7 題	46.6
数学Ⅲ	63.5(A5), 48.4(A7), 78.9(B2), 65.7(B3), 64.4(B4), 63.4(C6), 57.6(C7), 46.7(C8), 68.4(D3), 59.9(D4), 54.8(D7), 26.4(D11) 12 題	58.2
数学 C	62.0(A3), 60.2(B6), 66.3(C5), 49.6(D5) 4 題	59.5

(注) () 内は問題番号を表す。

2.5.1 数学Ⅰ，数学Ⅱについて

新井田和人（慶應義塾高等学校）

数学ⅠAの問題(A～Dセットの全問44題のうち8題)について、正答率と教師評価の差について考察を行った。この2つの値に注目したのは次の理由からである。

正答率…各問の正解者の割合

教師評価…各校の教員が自ら教えている生徒の出来を予想した正答率

つまり、この数値の差は生徒の学力を教師がどれだけ把握しているかの指標になりうると思うからである。差が小さい問題ほど、教員は生徒の理解度を正しく把握しており、差が大きい問題ほど把握していないことになる。数学ⅠAの8題について、今年度の正答率－教師評価(正－教13)、昨年度の正答率－教師評価(正－教12)、また正答率と教師評価について今年度－昨年度の値(正13－12、教13－12)の値は次のとおりである。

科目	内容	問題	正－教 13	正－教 12	正 13－12	教 13－12
数Ⅰ	二次関数	B05	25.8	17.3	5.9	-2.6
数Ⅰ	三角比	C03	16.0	18.1	-2.2	0.0
数Ⅰ	二次関数	D02	15.5	11.2	0.5	-3.8
数A	場合の数と確率	B07	12.1	10.4	0.4	-1.4
数Ⅰ	三角比	B10	7.3	3.9	0.9	-2.6
数A	集合と論理	D08	5.1	-0.7	2.7	-3.0
数Ⅰ	三角比	A10	-17.9	-11.0	-5.0	1.9
数A	集合と論理	B11	-22.9			

Bセットの問5（B05と表記）は正答率72.0%に対し教師評価46.2と、教師評価に対して正答率が25.8上回っており8題の中で最も大きい値となった。一方、B11、A10などは教師評価に対して正答率が低かった問題である。これらは次の問題である。

[B05] 商品を $x \times 10^3$ 個($0 < x < 5$)売ったときの利益 $y \times 10^3$ 円を予想するために、つぎの2つの関係式A,Bを考えました。

関係式A: $y = 6x - x^2$, 関係式B: $y = 2x$

関係式Aより関係式Bの方が、多くの利益をあげるような x の範囲は、つぎのどれですか。

(ア) ($0 < x < 4$)

(イ) ($0 < x < 5$)

(ウ) ($3 < x < 5$)

(ア) ($3 < x < 4$)

(イ) ($4 < x < 5$)

	2012年度	2013年度
正答率	66.1%⇒	72.0%
教師評価	48.8⇒	46.2
正答率－教師評価	17.3⇒	25.8

[B11] 有理数 a, b について,

$$a + b\sqrt{2} = 0 \quad \text{ならば} \quad a = b = 0$$

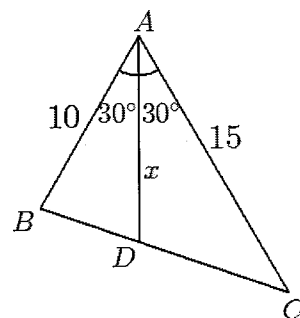
であることを証明しなさい。ただし、 $\sqrt{2}$ が無理数であることを使ってもよい。

	2012 年度	2013 年度
正答率	⇒	8.0 %
教師評価	⇒	30.9
正答率－教師評価	⇒	－22.9

[A10] $\triangle ABC$ は、 $AB=10$, $AC=15$, $\angle BAC = 60^\circ$ である。

$\angle BAC$ の 2 等分線と BC との交点を D とするとき、

AD の長さを求めなさい。



	2012 年度	2013 年度
正答率	40.2 % ⇒	35.2 %
教師評価	51.2 ⇒	53.1
正答率－教師評価	－11.0 ⇒	－17.9

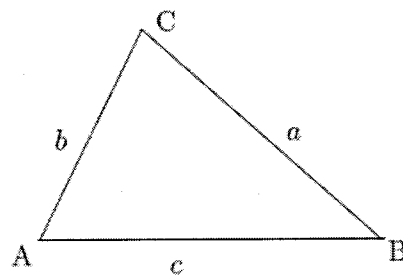
上記の 3 問のうち、正答率－教師評価が最も低い値となった[B11]の問題は、今年はじめて出題した問題である。

次に、正答率－教師評価が 0 に近かった問題は次の 2 題である。

[B10] $\triangle ABC$ において、

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

が成り立つことを、証明しなさい。



	2012 年度	2013 年度
正答率	32.7 % ⇒	33.6 %
教師評価	28.8 ⇒	26.2
正答率－教師評価	3.9 ⇒	7.3

[D08] n が自然数で、 $5^{2n} + 5^n$ が13で割り切れるとき、 n はどのような数ですか。

答えは次の中から選びなさい。

(ア) $n = 2$ だけ (イ) n は負でない偶数

(ウ) $n = 8p + 2$ (p は負でない整数)

(エ) $n = 4p + 2$ (p は負でない整数) (オ) そのような n はない。

	2012年度	2013年度
正答率	30.0%⇒	32.7%
教師評価	30.7 ⇒	27.7
正答率－教師評価	－0.7 ⇒	5.1

これら2題は、選択から選ぶ問題にしては教師評価がかなり低い。正答率がさほど高くはない問題にもかかわらず正答率－教師評価の値がほぼ0なのは、そのためでもある。教師も「生徒には難しいだろう」と思われる問題ということであろうと思われる。

ただ、[D08]の整数問題に関しては、現2年生から数学は新カリキュラム内容で学んでいる学年であり、数学Aの教科書で整数に関する問題を学んでいる学年である。来年度から新カリキュラムで学んできた生徒の正答率の変化に注目してみたい。

2.5.2 数学Ⅱ，数学Bについて

半田 真（東京女学館中学・高等学校）

今回の調査問題における数学Ⅱ・Bの出題は全部で20題。内ベクトルから5題，指数・対数関数および微分・積分からそれぞれ4題，他の領域からは1～2題といった内容であった。

このうち，ベクトルはほとんどが記述式の問題である一方，微分・積分はすべて過去のSIMS問題からの出題となっていた。

以下，正答率と自信率，前年度調査の正答率との比較，男女差，その他 に注目して数学Ⅱ・Bの出題に関して気付いた点を述べていく。

正答率と自信率の比較

正答率が高いのに自信率の低い問題で目立つのがC2とD6である。

C2は2006年度調査から毎年出題している問題である。しかし毎年，正答率が高い割に自信率が低く，この手の問題に取り組む機会が少ない印象を受ける。

D6も正答率が58.0%と高い割に自信率が15.9%と低い。微分可能性の証明を考える問いのため，数学Ⅱまででは十分扱えないだろうが，この調査対象は理数系高校生なので，数Ⅲま

での知識はあり、微分についても夏休み前までには学習済みのはずである。微分の計算練習だけではなかなかこの手の問題まで解けないと思われる。小手先の計算技術だけに終始した指導ではなく、定義をきちんと理解できるような指導が求められる。

2013 年度調査の正答率と 2012 年度調査の正答率の比較

2013 年度調査での正答率と 2012 年度調査での正答率で差が目立つのは、A11、A9 および C2 である。

A11 は 2009 年度調査から毎年出題しているが、今回の調査では過去最低のできとなった。記述問題にもかかわらず、採点者からは「途中過程の記述がなく、答えのみの答案も多かった。」と聞いた。指数・対数、特に対数に対して数としての感覚が乏しいように感じるだけに教育現場での丁寧な指導が求められる。

次に前年度調査との差が大きかった問いは A9 である。2011 年度調査から出題しているが、

2011 年度：9.0% , 2012 年度：17.1% , 2013 年度：9.0%

と最初の年と同じレベルに戻ってしまった。ベクトルの一次結合に関する出題だが、 $\vec{a} + \vec{b}$ を $\vec{c}$ とおけば教科書の例題レベルの問いである。この問いも採点者からは「途中過程の記述がなく、答えのみの答案も多かった。」と聞いた。つまり結果だけを覚えているのである。結果だけ覚える指導ではベクトルの一次結合に対する概念が育たない。こうした点で教育現場の工夫が求められる。

逆に、C2 は前年度調査より 10 ポイント以上良い成績であった。2006 年度調査から毎年出題している問いだが、正答率 50%を切ることが多く SIMS でも 44.8%であった。今回は 52.7%の正答率で、2010 年度調査の 53.3%につぐ良い正答率となった。しかし前述の通り、自信率が低い問いでもある。こうした直線束の考え方を使う問題は取り上げる機会が少ないように感じる。取り上げても十分理解しないまま終わっている可能性があり、理解を深めるよう指導していきたい。

男女差

正答率の男女差に有意差が見られた問いは数Ⅱ、B の範囲では 20 問中半分の 10 問である。特に差が大きかったのは C2 と A11 で 10 ポイント以上男子の方が良かった。両問とも前述のとおり正答率と自信率に差があったり、前年度調査の正答率との差が大きかった問いである。このような問題は女子学生は苦手とするようだ。

逆に女子の方が良い成績だった問いは数Ⅱ・B の範囲では C4 のみだが、有意差は見られなかった。

ベクトル、他

2013 年度の調査におけるベクトルの問題は記述が多かった。それだけ本質的な理解が不十

分だと解けない問題が多かったことになる。この単元で求められる本質的な理解とは、一次結合と位置ベクトルに関する理解であると筆者は考える。A9, C10 はその典型的な問いである。

A9 は前述のとおり教科書の例題によくある問に帰着する。その結果を丸暗記しているだけでは本質的な理解とはいえないであろう。点の動きを意識した理解を促す指導が求められる。

C10 は始点を A にそろえて変形していけば解ける問いである。 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ の 2 つのベクトルが一次独立だからその 2 つの一次結合であらわされた $\overrightarrow{AP}$ ベクトルを調べることで点 P の位置が分かる。教科書でもよく取り上げられる問いなので、なぜ始点を A にそろえるのか、など考えさせながら指導していきたい。

D9 は初めて出題した問いである。ベクトルとして出題しているが、模範解答にもあるように複素数を用いて解くこともできる。しかし、採点者の情報では「複素数を用いて解いた受験生はいなかった。」とのことであった。次年度からは複素数平面を学習した理数系高校生が受験するので複素数を用いた解法にも期待したい。

A2 も高次方程式として出題しているが、複素数の問題として考えることもできる。こちらの正解率は 6 割以上と良い成績だったが、選択肢問題のため複素数を用いた解法がとられたかは不明である。

2.5.3 数学Ⅲ, 数学 C について

須田 学 (筑波大学附属駒場中・高等学校)

次の項目について考察し、今後の指導の改善を図る。

- ・反応率の高い誤答

各問題で毎年、ほぼ同じ選択肢である。

- ・類題の選択肢の反応率

生徒は何に着目して選択しているか。

- ・男女差が認められた問題

後述の鈴木清夫 (筑波大学附属駒場中・高等学校教諭) による検定結果を利用する。

男女差が認められた問題

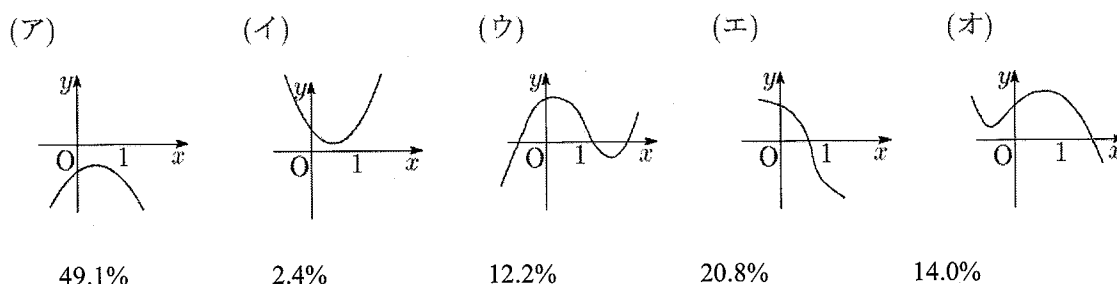
全体では 44 題中 20 題で男女差が認められた (有意水準 1%)。内訳は次の通りである。

- | | | |
|-----------------|-------------|----------------------|
| ・数学Ⅲ分野 | 7 題 / 12 題 | 平均正答率… 55.3% / 58.2% |
| ・数学 C 分野 | 0 題 / 4 題 | 平均正答率… — / 59.8% |
| ・数学 I A II B 分野 | 13 題 / 28 題 | 平均正答率… 35.0% / 50.4% |

数学Ⅲで男女差が認められた 7 題は「A5, A7, B3, D7, D3, D4, D11」である。以下、この 7 題を中心に考察する。

誤答分析 (A7)

問題 A7 関数 $f(x)$ について、「 $f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ かつ $f''(x)$ は定義域のすべての x に対して負」という条件が与えられているとき、下のグラフの中で、この条件を満たすものはどれですか。
※数字は各選択肢での反応率を表す (以下同様)



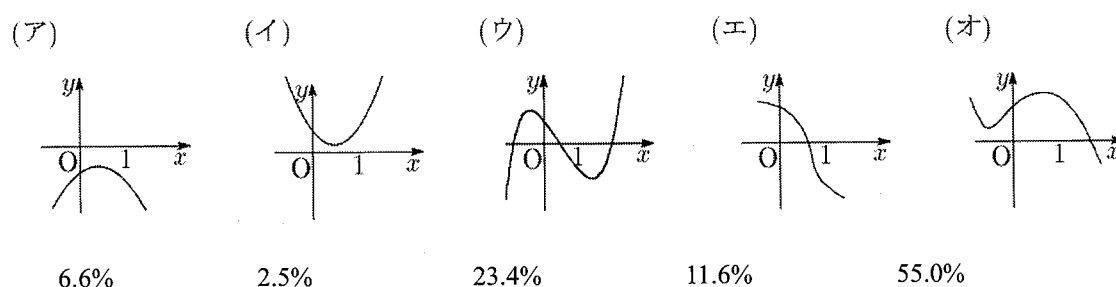
(ア) 正答. $f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ から (ア), (ウ), (オ) に絞れる. $f''(x) < 0$ より, 上に凸なので, これを満たすグラフは (ア) のみである.

(ウ・オ) 誤答. $f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ から (ア), (ウ), (オ) に絞っただけと思われる.

(エ) 誤答. 「 $f(0) > 0$, $f(1) < 0$, $f'(x) < 0$ 」と解釈したと思われる. $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ の意味を混同している可能性がある.

誤答分析 (D7)

問題 D7 関数 $f(x)$ について、「 $f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ かつ $f''(x)$ は定義域において同一の符号ではない」という条件が与えられているとき、下のグラフの中で、この条件を満たすものはどれですか



(オ) 正答. $f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ から (ア), (オ) に絞れる. $f''(x)$ は同一の符号ではないので, 接線の傾き $f'(x)$ の増減があるものは (オ) である.

(ア・イ) 誤答. これらの反応率が低いので, $f''(x)$ が同一の符号ではないとき, 「単に上に凸」または「単に下に凸」でないことは理解されていると思われる.

(ウ) 誤答. 「 $f(0) > 0$, $f(1) < 0$, $f'(x)$ が同一の符号でない」と解釈したと思われる. $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ の意味を混同している可能性がある.

類題の比較 (A7 と D7)

A7 と D7 は共に男女差が認められた問題である。それぞれの問題の選択肢での反応率を大きい方から並べると、次のようになる。

A7	(ア) 正答 49.1%	(エ) f, f', f'' 混同 20.8%	(オ) 14.0%	(ウ) 12.2%	(イ) 2.4%
D7	(オ) 正答 55.0%	(ウ) f, f', f'' 混同 23.4%	(エ) 11.6%	(ア) 6.6%	(イ) 2.5%

下線部は「 $f'(0) > 0, f'(1) < 0$ 」で絞れる選択肢の反応率である。A7 の下線部の合計は 75.3%, D7 の下線部の合計は 61.6% であり, A7 と D7 では差が大きい。よって, A7 では f' で, D7 では f'' で選択肢を絞っていると思われる。「 f, f', f'' 混同」について, A7 の反応率は 09 年から, 20.2%→21.9%→20.5%→21.6%→20.8%と推移し, 今回から実施した D7 でも 23.4%である。毎年, 20%以上の生徒が, f, f', f'' の意味を混同している可能性がある。

誤答分析 (B3)

問題 B3 無限等比級数 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ の和は, つぎのどれですか。

(ア) $\frac{5}{8}$ 7.0% (イ) $\frac{2}{3}$ 65.9% (ウ) $\frac{3}{5}$ 6.2% (エ) $\frac{3}{2}$ 6.3% (オ) ∞ 13.8%

(イ) 正答。公比 $-\frac{1}{2}$ なので, (与式) $= \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$ である。

(オ) 誤答。(与式) $= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots$ とみて, 正の数の無限和だから無限である。または,

(ア) ~ (エ) から選べずに, 苦し紛れに (オ) を選んだ。

(ア) 誤答。最初の 4 項の和を足した。 (ウ) 誤答。理由不明。

(エ) 誤答。逆数にするのを忘れた。

誤答分析 (C6)

問題 B3 無限等比級数 $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$ の和は, つぎのどれですか。

(ア) $\frac{3}{2}$ 9.0% (イ) $\frac{4}{3}$ 7.4% (ウ) $\frac{3}{4}$ 63.4% (エ) $\frac{20}{27}$ 7.3% (オ) ∞ 11.9%

(ウ) 正答。公比 $-\frac{1}{3}$ なので, (与式) $= \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$ である。

(ア) 誤答. マイナスの付け忘れ. $(与式) = \frac{1}{1 + \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$ である.

(イ) 誤答. 逆数にするのを忘れた. (エ) 誤答. 最初の 4 項の和を足した.

(オ) 誤答. $(与式) = \frac{2}{3} + \frac{2}{27} + \frac{2}{243} + \dots$ とみて, 正の数の無限和だから無限である. または,

(ア) ~ (エ) から選べずに, 苦し紛れに (オ) を選んだ.

類題の比較 (B3 と C6)

B3 では有意水準 1% で男女差が認められたが, C6 では差がなかった (有意水準 1%, 5% 共に). それぞれの問題の選択肢での反応率を大きい方から並べると, 次のようになる.

B3	(イ) 正答 65.8%	(オ) ∞ 13.8%	(ア) 4 項の和 7.0%	(エ) 逆数忘れ 6.3%	(ウ) 理由不明 6.2%
C6	(ウ) 正答 63.4%	(オ) ∞ 11.9%	(ア) マイナス忘れ 9.0%	(イ) 逆数忘れ 7.4%	(エ) 4 項の和 7.3%

選択肢について, 下線部「理由不明」と「マイナス忘れ」の違いはあるが, それぞれの問題で, 全体的な選択率の分布はほぼ同じ傾向である. C6 において, 「正答」, 「 ∞ 」以外では, 「マイナス忘れ」の割合が少し高い. よって, B3 (ウ) 「理由不明」と C6 (ア) 「マイナス忘れ」を同様な意味の選択肢にすることも考えられる.

2.5.4 男女差について

鈴木清夫 (筑波大学附属駒場高校)

本調査は今回で 9 回目となるが, 別表のように, 男女の成績にこれまでにない大きな差が現れた. この「女子の成績が悪い」という結果は今回に限った現象とも考えられるが, 差が出た問題について考察する.

有意水準 1% で差が認められた問題は全 44 題のうち 20 題であり, その出題分野は 7 題が数学Ⅲ、13 題が数ⅠⅡAB であった。(表①、表② 参照)

表①		分野	平均点	男	女	男女差	有意差	内容
1	A7	数Ⅲ	48.4	52.5	36.4	16.1	**	f'' とグラフ, 「すべての x で負」
2	D7	数Ⅲ	54.8	58.2	44.7	13.5	**	f'' とグラフ, 「同一符号ではない」
3	D11	数Ⅲ	26.4	29.5	17.1	12.4	**	係数の符号とグラフ

4	A5	数Ⅲ	63.5	66.5	54.5	12.0	**	変曲点と接線
5	D4	数Ⅲ	59.9	62.5	52.3	10.2	**	導関数の計算
6	D3	数Ⅲ	68.4	70.8	61.2	9.6	**	変曲点
7	B3	数Ⅲ	65.7	67.9	59.4	8.5	**	無限等比級数の和

平均 55.3

数Ⅲの問題数 12

数Ⅲの全平均 58.2

表② 分野 平均点 男 女 男女差 有意差 内容

1	B7	数 A	62.9	66.2	53	13.2	**	確率の応用
2	A11	数Ⅱ	26.5	29.2	18.4	10.8	**	対数の大小
3	C2	数Ⅱ	52.7	55.3	45.3	10.0	**	2 直線の位置関係
4	B5	数Ⅰ	72	74.4	64.9	9.5	**	2 次関数と不等式、応用表現
5	D8	数 A	32.7	35.1	25.7	9.4	**	数列の性質、整数問題
6	C9	数Ⅱ	47.4	49.6	40.9	8.7	**	対数方程式
7	D6	数Ⅱ	58	60	52	8.0	**	偶関数の微分係数
8	C10	数 B	20	22	14.1	7.9	**	位置ベクトルの応用
9	D9	数 B	22.7	24.1	17.3	6.8	**	平面上の点の回転と拡大
10	B8	数Ⅱ	29	30.6	24	6.6	**	対数変換
11	A9	数 B	9	10.6	4.4	6.2	**	ベクトルと領域
12	C11	数Ⅱ	13.6	15.1	9.4	5.7	**	三角関数
13	B11	数 A	8	8.9	5.2	3.7	**	無理数に関する証明

平均 35.0

I Ⅱ AB の問題数 28

I Ⅱ AB の全平均 50.4

数学Ⅲの問題は全 12 題中 7 題で男女差が認められたが、差の出た 7 題の平均と数学Ⅲの問題全体の平均に大きな差はない。数学Ⅲの内容全般について、基本事項の理解とその活用の習熟が男子に比べて女子が不十分であるといえる。

数学 I Ⅱ AB の全 28 題中、差の出た問題は 13 題であり、またこれらの平均は 35.0 点、28 題全体の平均は 50.4 点であった。数学 I Ⅱ AB の内容について、通常の問題では男女に差がなく、難易度の高いものや頻出でない出題形式のものに差が出たようである。「女子の方がまじめに努力し定型的な問題には強い」とよくいわれるが、見かけない形式の問題や解法に工夫が必要な難しいものを特に女子は苦手なのであろうか。

いずれにしても問題演習の指導においては、行き過ぎたパターン化は避け、原理原則に立

ち返った指導を心掛けるべきなのであろう。

なお、大学入試の多様化が進み、理数系でも入試科目として数学Ⅲや数学Cを課さない学部学科が多くある。そして、理数系への進学を希望し高校3年で数学Ⅲや数学Cを選択履修したが、受験でこれらを使わない生徒が多くいるようである。今回の調査にそのような女子生徒が多数参加したために男女差が大きく表れたのかもしれない。今後の調査結果を含めこの原因については慎重に検討することが必要であろう。

2.5.5 背理法の問題について

池田文男（東京理科大学）

最近の大学生に対して、背理法の定着が十分でないことを感じている。ここでは、背理法の問題の誤答を分析し、高校数学において背理法に関する学習法の方針を提示する。

(1) 問題と統計的資料

① 問題と解答

B11で出題した背理法の問題は以下の通りで、この問題はほとんどの教科書で演習問題として掲載されている。

B11 有理数 a, b について、 $a + b\sqrt{2} = 0$ ならば、 $a = b = 0$ であることを証明せよ。ただし、 $\sqrt{2}$ が無理数であることを使ってもよい。

模範解答 $b \neq 0$ とすると、

$$\sqrt{2} = -\frac{a}{b}$$

a, b が有理数であるから、右辺の $-\frac{a}{b}$ も有理数となる。左辺の $\sqrt{2}$ が無理数であるから、上の式は矛盾する。よって、 $b = 0$ となる。これを、 $a + b\sqrt{2} = 0$ に代入すると、 $a = 0$ となる。したがって、 $a + b\sqrt{2} = 0$ ならば、 $a = b = 0$ であることが証明される。

問題を解答した生徒は、1592名（男 1142名、女 387名）である。

② 正答率、誤答率、無答率

問題に対する、正答率、誤答率、無答率は

正答率 8.0%, 誤答率 66.1%, 無答率 25.9%

となっている。学力調査の全問題44問のなかで、正答率が一番低い問題である。

男女別正答率は、

男子 8.9%, 女子 5.2%

であった。さらに、男女差に対するt検定のt値が2.67となり、有意水準1%で有意差が認められる。論理性に関する男女差を裏付けているといえる。

③ 自信度

自信度は、

正答者の自信度 自信あり 54.2%，あまり自信なし 30.0%，全く自信なし 14.2%

誤答者の自信度 自信あり 14.6%，あまり自信なし 31.3%，全く自信なし 46.9%
であった。正答者の自信度が高いこと、誤答者の自信度が低いことを示している。

また、自信度別の正答率は、

自信あり 30.2%，あまり自信なし 10.2%，自信なし 3.2%

となり、正答率と自信度は正の相関があると考えられる。

(2) 誤答分析

① 誤答例

誤答の答案およそ 1000 枚から 100 枚を抽出（無作為ではない）して誤答の分析をしました。
誤答の種類は次の 4 種類に分かれた。

- | | |
|--------------------------|------|
| 1. 背理法を使用していない. | 62 枚 |
| 2. 証明になっていない. 未完成である. | 25 枚 |
| 3. $a = b = 0$ の否定ができない. | 12 枚 |
| 4. 数学的なミスがある. | 1 枚 |

それぞれの代表的な誤答例を以下に示す。

1. の誤答例

「有理数×無理数＝無理数」の命題を使用しているが、この命題は有理数が 0 でない時に成立ことを述べていない。さらに、この命題を証明なくて使用している。
この命題を証明することが、問題の本質といえる。

2. の誤答例

「 $a + b\sqrt{2} = 0$ のとき、 $a = b = 0$ でないと仮定する。

$$a + b\sqrt{2} = 0, a = -b\sqrt{2} .$$

$\sqrt{2}$ が無理数であるより、 $a = -b$ となる。これは仮定したものをみたすので、
 $a + b\sqrt{2} = 0$ ならば、 $a = b = 0$ である。」

この解答のように、対偶を証明しようとする解答が多く見られた。

3. の誤答例

$a = b = 0$ の否定を $a \neq b \neq 0$ 、または、 $a \neq 0$ かつ $b \neq 0$ 、または、 $a = b \neq 0$ と
しています。このように、仮定しても背理法で証明できるが、不正解とした。

4. の誤答例

ほぼ正しい解答でしたが、 $b = 0$ とすべきところを $a = 0$ としている単純な
ミスあった。

誤答 1. と 2. は背理法を使用していない解答で、誤答 3. と 4. は背理法を使用している

解答である。

1. の誤答は、背理法自体の理解がなされていないことが原因であると予想される。現高校3年生は、背理法を「数学A (2) 集合と論理」で学習しているが、その時のみの学習で、その後どこでも使用されないことが定着しない理由ではないかと考えている。

2. の誤答は、背理法と対偶法の違いが十分に理解されていないことによると考えられる。背理法と対偶法がほぼ同じ時期に学習され、その後はほとんど学習せず、混同したままの状態が続いていることが要因の1つといえる。

3. の誤答は、命題「 $p \wedge q$ 」の否定が「 $\sim p \vee \sim q$ 」となることを知らないことが原因と考えられます。このような否定命題の学習が高校数学で十分に実施されていないのではと思っています。

いずれにしても、論理教育が不十分だと考えられる。

② 誤答別自信度

それぞれの誤答における自信度は次の通りであった。

- 1. の誤答 自信あり 11 枚, あまり自信なし 16 枚, 全く自信なし 30 枚, 未記入 5 枚
- 2. の誤答 自信あり 2 枚, あまり自信なし 4 枚, 全く自信なし 17 枚, 未記入 2 枚
- 3. の誤答 自信あり 3 枚, あまり自信なし 6 枚, 全く自信なし 3 枚, 未記入 0 枚
- 4. の誤答 自信あり 1 枚, あまり自信なし 0 枚, 全く自信なし 0 枚, 未記入 0 枚

1. および 2. の誤答者のなかで

自信ありと答えた生徒は	14.9%,
あまり自信なしと答えた生徒は	23.0%,
全く自信なしと答えた生徒は	54.0%,

であった。全体の誤答者で自信ありと答えた生徒はほぼ同じ割合ですが、全く自信なしと答えた生徒の割合は多くなっている。背理法そのものの理解に自信がないといえるのではと考えられる。

また、3. および 4. の誤答者のなかで

自信ありと答えた生徒は	30.8%,
あまり自信なしと答えた生徒は	46.2%,
全く自信なしと答えた生徒は	23.1%,

となった。背理法を理解しそれを使用する態度が見え、そのことが「自信あり」との割合が高くなったことを示しているといえる。

(3) 背理法の学習法

現学習指導要領では、背理法は「数学I (1) 数と式 ア 数と集合」で学習することになっている。教科書における内容は2頁にわたって説明されていますが、その後に背理法を

用いる問題が見られない。さらに，教科書では，

「 $\sqrt{2}$ が無理数である。」

の証明に背理法を使う問題を取り扱っている。このことが背理法を使用する問題が「 $\sqrt{2}$ が無理数である。」ことのみであると生徒に認識させているといえる。すなわち，高校生の背理法の学習は極めて限定的であり，さらに，数学のみで使用するものと認識させられていると考えられる。

これを改善するためには，背理法が日常生活でも盛んに使われていること認識させることが必要であり，そのための教材（パズル・クイズを含む）を検討することが今後の課題になると考えられる。

2.6 教師質問紙集計結果について

小林 徹也（茨城県立竜ヶ崎第一高等学校）

1. はじめに

今回の調査では，先生方に「教師質問紙」への回答をお願いした。昨年に引き続き 2 度目の付帯調査である。教師質問紙調査結果は資料Ⅳの通りである。この質問紙では，高等学校数学Ⅲ数学 C を教科担当として担任する先生方の数学・数学教育に関する考え・価値観などを調査した。なお，速報であるため統計的検定を行っていない。

2. 分 析

(1) 回答者の性別 男性 128 名 女性 8 名 計 136 名

(2) 教職経験年数

20～30 年未満が最も多い。

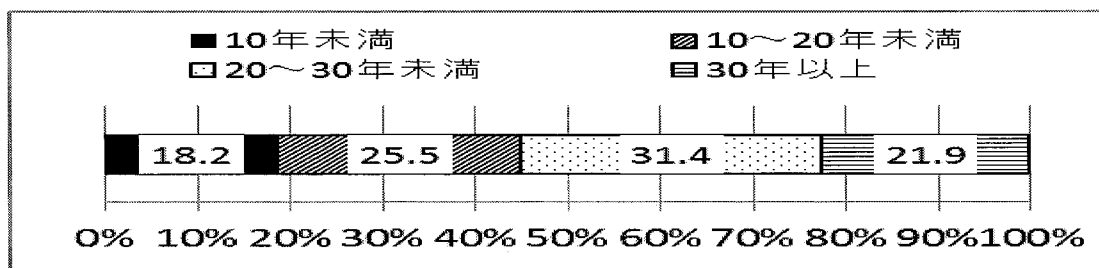


図 1 教職経験年数

(3) 調査時（9 月）の授業形態

演習問題中心の授業が過半数である。夏休み終了までに数学ⅢC の教科書を過半数が終えていると考えられる。

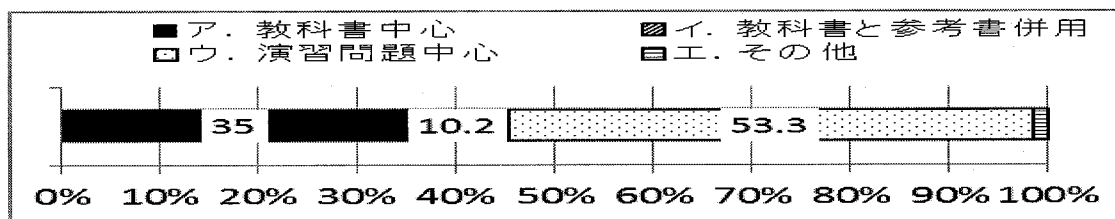


図2 授業形態

(4) 新学習指導要領「数学Ⅰ：データの分析」

① 履修学年 高校1年生で約8割が履修している。

② 時間数 46%が8時間未満である。

(5) 新学習指導要領「数学A」の指導

三つの単元すべてを指導するという割合は約8割である。

(6) 過去の生徒との学力比較

先生方は過去の生徒達と比べ、現在の生徒の学力にどのような印象を持っているのかを調査した。その結果、ア. あがっている という回答はどの時代の生徒と比べても1割に満たない。また、ウ. 下がっているという回答は、「あなたの高校生時代」と比べると約7割にのぼり、「5年前」と比べても約4割である。

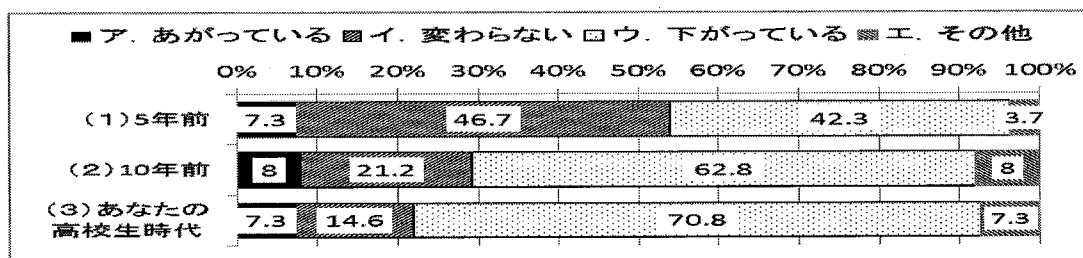


図3 過去の生徒との学力比較

(6) SIMS 調査との比較

今回、前回、SIMS の調査における共通の質問は11問である。調査結果からその11問を三つのグループに分ける。ここで、前回・今回の調査を「現在」、回答「ア. 全く違う」「イ. 少し違う」の和を「否定的な意見」、「エ. 大体そうだ」「オ. 全くその通りだ」の和を「肯定的な意見」と呼ぶ。なお、SIMS と比べ、現在の方が肯定的な意見の割合が高い質問は見られない。

a. SIMS と比べ現在の方が、否定的な意見が高い、あるいは肯定的な意見が低い傾向の質問

「1. 数学は近い将来急速に変化するだろう。」

「2. 数学は、自分で新しいことを考えていこうとする人にとって適した学問である。」

「4. 数学では、たえず新発見がおこなわれている。」

「9. 数学ではきまりきったやり方を使わなくても問題は解ける。」

「11. 数学の問題は、あるきまったやり方にしたがえば必ず解けるものだ。」

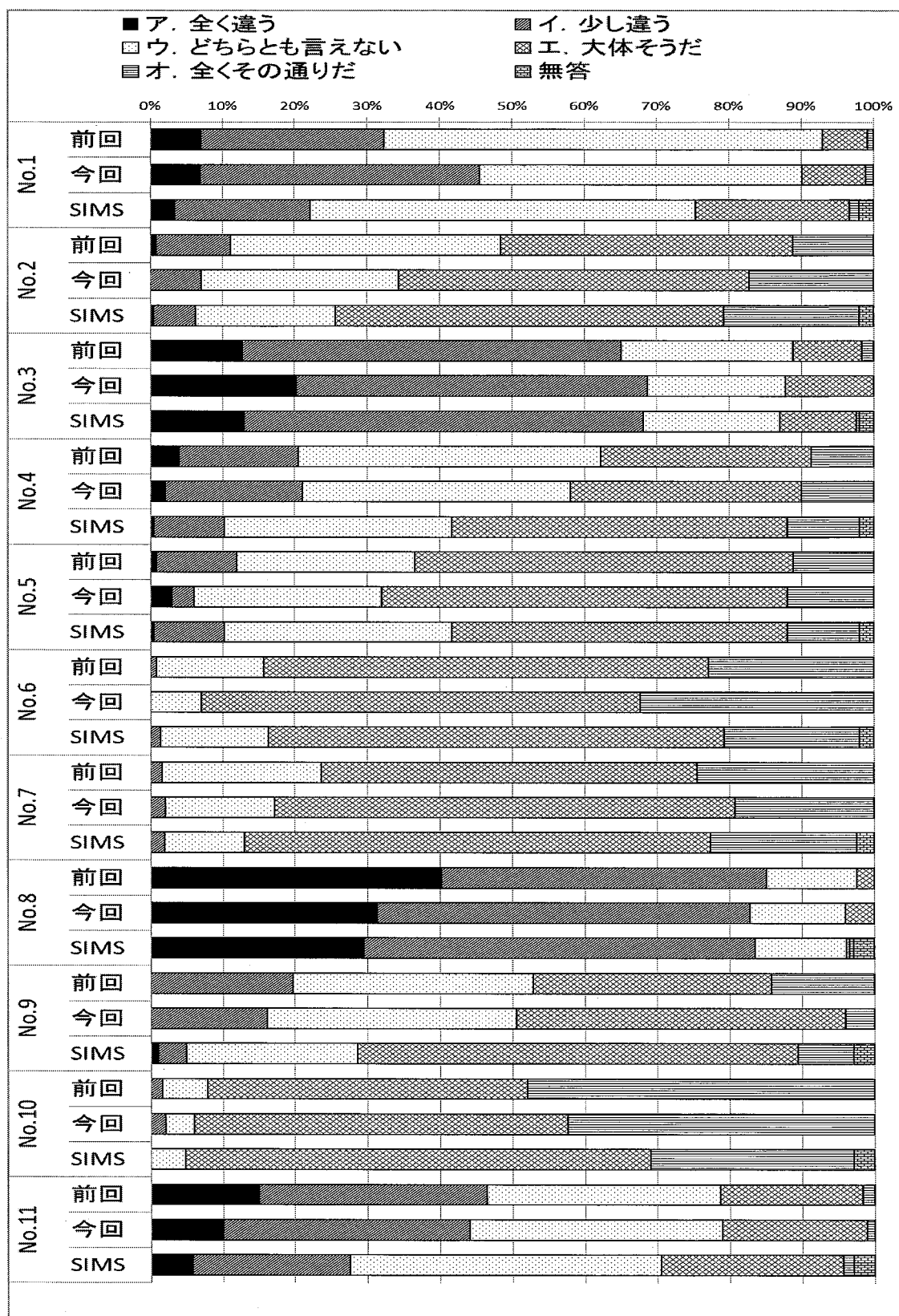


図4 SIMS 調査との比較

b. ちがいがあまり見られない質問

「3.数学の問題を解くのに、新しい考えがはいる余地はほとんどない。」

「5.数学を勉強すると、厳密な規則に従って考えることができるようになる。」

「6.概算・概測することは、大切な数学的能力の一つである。」

「7.ほとんどの数学の問題には、いろいろな解き方がある。」

「8.数学の勉強は、ほとんど暗記ばかりである。」

c. SIMS と比べ、「オ.全くその通りだ」の割合が現在の方が高い質問

「10. うまいいかなかったら別の方法でやり直すというやり方（試行錯誤）は、数学の問題を解くのに使われる。」

(8) 教職経験年数の多少と教師の価値観

前回、次の観点で分析を行った。

「数学科の教員が、経験年数によって異なる価値観を持ち、しかも年数の変化に伴ってそれが変わるようなことはあるのだろうか？」

その結果、質問

「数学は、自分で新しいことを考えていこうとする人にとって適した学問である」

では、経験年数が多いほど肯定的に受け止める先生の割合が高い結果であった。一方、今回同じ質問である 2 では、次の結果であった。

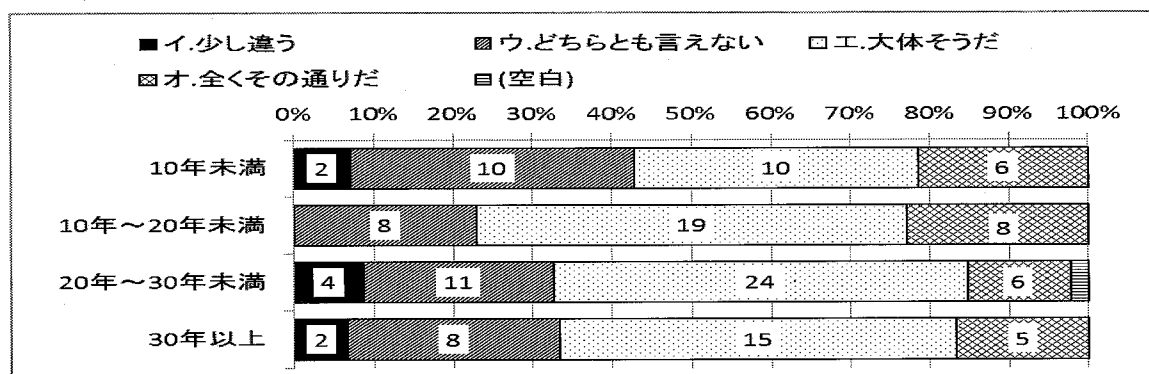


図5 教職経験年数と数学(人数)

図5 から、今回は経験年数が増すことによる影響はないといえる結果であった。

3. 今後の課題

分析の統計的検定、結果の解釈は今後の課題である。

参考・引用文献

国立教育研究所(1982). 中学・高校生の数学成績と諸条件―第2回国際数学教育調査国内報告―. 第一法規出版.

東京理科大学数学教育研究所(2013). 高校生の数学力 NOWⅧ2012 年基礎学力調査. 科学新興新社/フォーラム・A.