

資料Ⅰ－１ 調査問題

資料Ⅰ－２ 数学問題の解答

資料Ⅱ 問題別，内容，正答率等の統計量

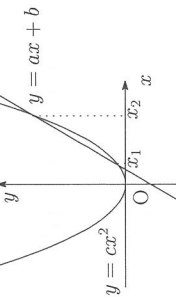
資料Ⅲ 問題別・学校間成績分布

数学問題 (A)

1. $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ で定義される数列の一般項 a_n は、つぎのどれですか。

- (ア) $a_n = 4$
- (イ) $a_n = 4n + 2$
- (ウ) $a_n = 2n + 2$
- (エ) $a_n = n^2$

2. 右のグラフにおいて、



- つぎの場合に $ax + b > cx^2$ となりますか。答えは、つぎの中から選びなさい。
- (ア) $(x - x_1)(x - x_2) > 0$ (イ) $(x - x_1)(x - x_2) < 0$
 - (ウ) $0 < x < x_1$ (エ) $x > x_2$
 - (オ) (ア)~(エ)のどれでもない。

3. 関数 f のグラフ上で、 $(a, 1)$ がグラフの変曲点になるとき、つぎのどれがつねに成り立ちますか。

- (ア) $f(a) = 0$ (イ) $f'(a) = 0$
- (エ) f は、 $x = a$ で極大値か極小値をとる。
- (オ) f' は、 $x = a$ で極小値をとる。

4. $\frac{4}{\sqrt{3x-4}}$ の導関数は、つぎのどれですか。

- (ア) $\frac{12\sqrt{3x-4}}{3}$
- (イ) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (ウ) $\frac{-2}{(3x-4)^{\frac{3}{2}}}$
- (エ) $\frac{-6}{(3x-4)^{\frac{3}{2}}}$ (オ) $6\sqrt{3x-4}$

5. 座標平面上で、時刻 t における動点 M の座標 (x, y) は、

$$\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 2 \cos 2t - 1 \end{cases}$$

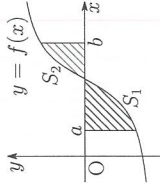
です。点 M の軌跡はつぎのどれですか。

- (ア) 直線 (イ) 半円 (ウ) 半楕円 (エ) 放物線 (オ) うずまき線

6. $f(x)$ は偶関数で $x = 0$ で微分可能であるとき、 $f'(x)$ は、つぎのどの条件を満たしますか。

- (ア) $f'(0) = 1$ (イ) $f'(0) > 0$ (ウ) $f'(0) < 0$
- (エ) $f'(0) = 0$ (オ) $f'(0)$ はどんな値でもとることができる。

7. 右の図の曲線は $y = f(x)$ のグラフであり、 a は b より小さい。



また、 S_1 は x 軸、直線 $x = a$ 、および曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積、 S_2 は x 軸、直線 $x = b$ 、および曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積で、 $0 < S_2 < S_1$ とします。このとき、 $\int_a^b f(x)dx$ は、つぎのどれですか。

- (ア) $S_1 + S_2$ (イ) $S_1 - S_2$
- (ウ) $S_2 - S_1$ (エ) $|S_1 - S_2|$ (オ) $\frac{1}{2}(S_1 + S_2)$

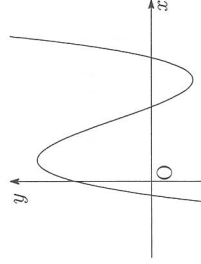
8. n が自然数で、 $5^{2n} + 5^n$ が 13 で割り切れるとき、 n はどのような数ですか。答えは次の中から選びなさい。

- (ア) $n = 2$ だけ (イ) n は負でない偶数
- (ウ) $n = 8p + 2$ (p は負でない整数) (エ) $n = 4p + 2$ (p は負でない整数)
- (オ) そのような n はない。

9. $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき、関数 $f(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$ の最大値を求めなさい。また、そのときの x の値を求めなさい。

10. 座標平面上の 2 円 $(x - 2)^2 + (y - 14)^2 = 125$ 、 $x^2 + y^2 = 25$ の共通な弦と原点との距離を求めなさい。

11. 右は 3 次関数 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ のグラフである。係数 a, b, c, d の符号を決めなさい。



【以上】

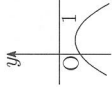
数学問題 (B)

6. 直線 l の方程式は $ax + by = 0$ 、直線 m の方程式は $px + qy + r = 0$ ($r \neq 0$) です。
 l と m が点 P で交わるとき、方程式

$$(a+p)x + (b+q)y + r = 0$$

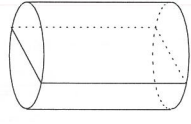
- の表す直線について、次のどれがあてはまりますか。ただし、 O は原点とします。
 (ア) l と m の両方に垂直である。
 (イ) l 、 m と二等辺三角形を作る。
 (ウ) OP に平行である。
 (エ) O を通る。
 (オ) P を通る。

7. 関数 $f(x)$ について、「 $f'(0) > 0$ 、 $f''(1) < 0$ かつ $f'''(x)$ は定義域のすべての x に対して負」という条件が与えられているとき、下のグラフの中で、この条件を満たすものはどれですか。

- (ア)  (イ)  (ウ)  (エ)  (オ) 

8. 円柱を右の図のように軸を通る平面で切ると、その切り口は長方形になります。この切り口の長方形の周囲が 6m であるような円柱の中で、最大の体積を持つものの底面の半径は、つぎのどれですか。

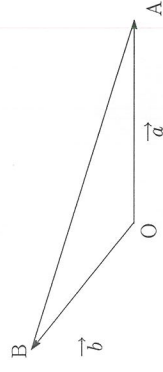
- (ア) 2.5 m (イ) 2 m (ウ) 1.5 m (エ) 1 m (オ) 0.5 m



9. $\triangle OAB$ において、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とします。
 実数 x, y が、

$$0 \leq x + y \leq 1, 0 \leq x, 0 \leq y$$

の範囲を動くとき、 $\vec{OP} = x\vec{a} + y(\vec{a} + \vec{b})$ を満たす点 P の存在する範囲を図示しなさい。



10. $\triangle ABC$ は、 $AB=10$ 、 $AC=15$ 、 $\angle BAC = 60^\circ$ である。 $\angle BAC$ の 2 等分線と BC との交点を D とするとき、 AD の長さを求めなさい。

11. $\frac{3}{2}$ 、 $\log_3 0.6$ 、 $\log_3 4$ 、 $\log_4 3$ の大小関係を調べ、小さい順に並べなさい。

【以上】

1. $10^a = 4$ のとき、 10^{1+2a} の値は、つぎのどれですか。

- (ア) 26 (イ) 40 (ウ) 160 (エ) 900 (オ) 10^9

2. ぶ厚い本 5 冊、普通の厚さの本 4 冊、薄い本 3 冊の異なる 12 冊の本があります。同じ厚さの本は、隣り合うように並べることにして、これらの本を本棚に並べるとき、並べ方の総数は、つぎのどれですか。

- (ア) $5!4!3! = 103680$ (イ) $5!4!3! = 17280$ (ウ) $(5!4!3!) \times 3 = 51840$
 (エ) $5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$ (オ) $2^{12} \times 3 = 12288$

3. 時刻 t ($t > 0$) において、座標平面上の動点 (x, y) が

$$\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = \log(1 + 2t) \end{cases}$$

と表されるとき、時刻 t での速度ベクトルは、つぎのどれになりますか。

- (ア) $(e^{-t}, \log(1 + 2t))$ (イ) $(e^{-t}, \frac{1}{1 + 2t})$ (ウ) $(-e^{-t}, \frac{2}{1 + 2t})$
 (エ) $(-e^{-t}, \frac{1}{1 + 2t})$ (オ) $(-1, \frac{1}{t})$

4. θ は、 90° と 180° の間の角で、 $\cos^2 \theta = \frac{16}{25}$ です。 $\sin 2\theta$ の値は、つぎのどれですか。

- (ア) $-\frac{24}{25}$ (イ) $-\frac{15}{25}$ (ウ) $-\frac{7}{25}$

- (エ) $\frac{7}{25}$ (オ) $\frac{24}{25}$

5. 関数 $y = 3x^3 + 6x^2 + kx + 9$ のグラフの変曲点における接線の傾きが 0 となるとすれば、 k の値はいくらですか。

- (ア) 0 (イ) 1 (ウ) 2 (エ) 3 (オ) 4

数学問題 (C)

6. x, y は実数です。

行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{pmatrix}$

の積が交換可能になるための必要十分条件は、つぎのどれですか。

- (ア) $x = 0$ (イ) $y = 0$ (ウ) $x = y$
- (エ) $x = 0$ または $y = 0$ (オ) $x = 0$ かつ $y = 0$

7. 2つの独立した警報装置を備えた警報システムがあります。非常の際に各装置が作動する確率は、それぞれ 0.95, 0.90 です。非常の際に少なくとも1つの装置が作動する確率は、つぎのどれですか。

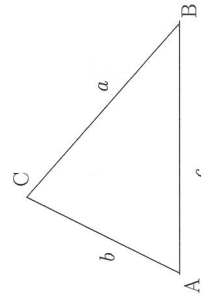
- (ア) 0.995 (イ) 0.975 (ウ) 0.95
- (エ) 0.90 (オ) 0.855

8. x, y は正の実数で、 $y = 4x^3$ とします。
 $\log y$ を x 座標、 $\log x$ を y 座標とする点の集合は、つぎのどれになりますか。

- (ア) 1点 (イ) 3次曲線 (ウ) 放物線
- (エ) 直線 (オ) 指数関数の表す曲線

9. $\triangle ABC$ の内部の点 P に対して、次の等式が成り立つとき、点 P はどのような位置にあるか図示し、説明しなさい。

$$3\vec{AP} + 4\vec{BP} + 5\vec{CP} = \vec{0}$$



10. $\triangle ABC$ において、

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

が成り立つことを、証明しなさい。

11. 放物線 $y = x^2 + 2x - 5$ と直線 $y = mx + 4$ は、2点 P, Q で交わっています。実数 m が変化するとき、線分 PQ の中点 R の軌跡の方程式を求めなさい。

【以上】

1. 関数 $y = 3x^2 - x^3$ のグラフをかくとき、この関数の極小値を示す点の座標は、つぎのどれですか。

- (ア) (2, 4) (イ) (3, 0) (ウ) (1, 2)
- (エ) (0, 3) (オ) (0, 0)

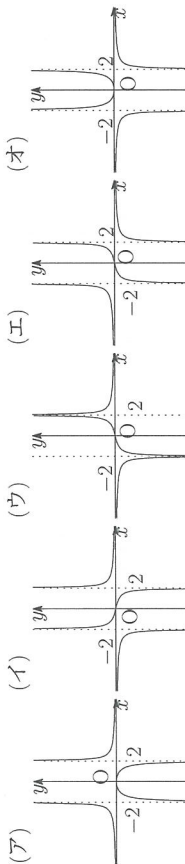
2. $x = 2 \cos t, y = \sin t$ のとき、 $\frac{dy}{dx}$ を t で表すと、つぎのどれになりますか。

- (ア) $\frac{1}{2} \tan t$ (イ) $2 \tan t$ (ウ) $\frac{1}{2 \tan t}$
- (エ) $-\frac{1}{2 \tan t}$ (オ) $-\tan t$

3. 無限等比級数 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ の和は、つぎのどれですか。

- (ア) $\frac{5}{8}$ (イ) $\frac{2}{3}$ (ウ) $\frac{3}{5}$ (エ) $\frac{3}{2}$ (オ) ∞

4. $f(x) = \frac{x}{(x-2)(x+2)}$ のとき、関数 $f(x)$ のグラフは、次のどれですか。



5. 商品を $x \times 10^3$ 個 ($0 < x < 5$) 売ったときの利益 $y \times 10^3$ 円を予想するために、つぎの2つの関係式 A, B を考えました。

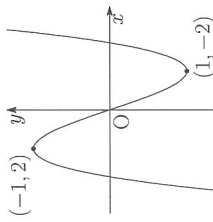
関係式 A: $y = 6x - x^2$, 関係式 B: $y = 2x$

関係式 A より関係式 Bの方が、多くの利益をあげるような x の範囲は、つぎのどれですか。

- (ア) $0 < x < 4$ (イ) $0 < x < 5$
- (エ) $3 < x < 4$ (オ) $4 < x < 5$

数学問題 (D)

1. つぎの図は、ある3次関数 $f(x)$ のグラフを表します。
 $f(x)$ は、つぎのどれですか。

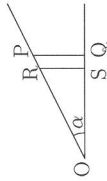


- (ア) $f(x) = -x^3 - x$
- (イ) $f(x) = x^3 - 3x^2$
- (ウ) $f(x) = x^3 - 3x$
- (オ) $f(x) = x^3 + 3x^2$

2. $3f(x) = x^2 - 5$ で、 $f(2) = 1$ のとき、 $f(0)$ の値はつぎのどれですか。

- (ア) $-\frac{5}{3}$
- (イ) $-\frac{2}{3}$
- (ウ) $\frac{1}{3}$
- (エ) $\frac{25}{9}$
- (オ) $\frac{31}{9}$

3. 右の図で、 $PQ \perp OQ$ および $RS \perp OQ$ です。
 $OQ = OR = 1$, $\angle POQ = \alpha$ とすると、 PQ は、
 つぎのどれですか。



- (ア) $\sin \alpha$
- (イ) $\cos \alpha$
- (ウ) $\tan \alpha$
- (エ) $2 \sin \alpha$
- (オ) $1 - \cos \alpha$

4. 平面上に3点 $Q(-3, -1)$, $R(-2, 3)$, $S(1, -3)$ があるとき、 $\vec{ST} = 2\vec{QR}$ となる点 T の y 座標は、次のどれですか。

- (ア) -11
- (イ) -7
- (ウ) -1
- (エ) 1
- (オ) 5

5. 媒介変数表示による方程式 $x = t + \frac{1}{t}$, $y = t - \frac{1}{t}$ で表される曲線の x, y についての方程式は、つぎのどれですか。

- (ア) $x + y = 1$
- (イ) $x + y = 2$
- (ウ) $x^2 + y^2 = 4$
- (エ) $x^2 - y^2 = 4$
- (オ) $2x^2 - y^2 = 4$

6. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h}$ の値は、つぎのどれですか。

- (ア) 0
- (イ) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
- (ウ) $\frac{1}{2}$
- (エ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (オ) ∞

7. 放射性元素は、つぎの式に従って崩壊します。

$$y = y_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

ただし、 y は t 日後に残っている元素の量、 y_0 は $t = 0$ のときの y の値を示します。
 半減期 (その元素の半分が崩壊するまでの時間) が4日である元素の定数 k の値は、
 つぎのどれですか。

- (ア) $\frac{1}{4} \log_e 2$
- (イ) $\log_e 2$
- (ウ) $\frac{1}{2} \log_e 2$
- (エ) $(\log_e 2)^{\frac{1}{4}}$
- (オ) $2e^4$

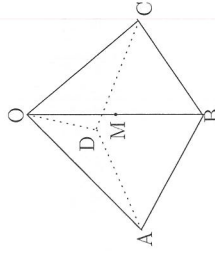
8. $\int_0^1 \frac{12x}{(2x^2+1)^2} dx$ の値はつぎのどれですか。

- (ア) -2
- (イ) -1
- (ウ) 2
- (エ) $\log_2 2$
- (オ) $3 \log_2 3$

9. つぎの等式を満たす x の値を求めなさい。

$$\log_2 x + 2 \log_x 2 = 3$$

10. すべての辺の長さが1である正四角すい $O-ABCD$ において、辺 OB の中点を M とするとき、内積 $\vec{MA} \cdot \vec{MC}$ を求めなさい。



11. $\tan \frac{\theta}{2} = x$ とするとき、 $\sin \theta$ を x を用いて表しなさい。

【以上】

理数系高校生のための基礎学力調査/平成24年度

数学問題 (A) 解答

1. 与式を変形して, $a_{n+1} - a_n = 2n + 1$. これより, $\{a_n\}$ の階差数列の一般項が $2n + 1$ であるので,

$n \geq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k+1) = 1 + (n-1)n + (n-1) = n^2$$

となり, これは $n=1$ のときも成り立つ.

よって, すべての自然数 n で $a_n = n^2$ …… (オ)

2. 放物線は下に凸なので, $c > 0$ である. また, x_1, x_2 は $cx^2 = ax + b$, すなわち $cx^2 - ax - b = 0$ の解なので, $cx^2 - ax - b = c(x-x_1)(x-x_2)$ である. よって,

$$ax + b > cx^2 \Leftrightarrow cx^2 - ax - b < 0 \Leftrightarrow c(x-x_1)(x-x_2) < 0$$

なので, $c > 0$ より $(x-x_1)(x-x_2) < 0$ …… (イ)

3. 変曲点は, グラフの凹凸が切り替わる点であり, このとき, 接線の傾き (f' の値) が増加から減少, または減少から増加へ変化する. したがって, $x = a$ を境に, f'' の値が正から負, または負から正へ変化するの
で, $f''(a) = 0$ である. …… (ウ)

4.
$$\left(\frac{4}{\sqrt{3x-4}}\right)' = \left\{4(3x-4)^{-\frac{1}{2}}\right\}' = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (3x-4)^{-\frac{3}{2}} \cdot (3x-4)' = \frac{-6}{(3x-4)^{\frac{3}{2}}} \dots\dots (エ)$$

5.
$$\begin{cases} x = 2\sin t \\ y = 2\cos 2t - 1 \end{cases}$$

$$y = 2(1 - 2\sin^2 t) - 1 = 2 - 4\sin^2 t - 1 = -x^2 + 1$$

 よって, 放物線 …… (エ)

6. $f(x)$ は $x=0$ で微分可能であるから

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} \dots (*)$$

となり, これらの値は同じ値に収束する. いま, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \alpha$ と置く.
 (*) 式の右辺は $-h = k$ とすると, $f(x)$ が偶関数だから

$$(*) \text{ の右辺} = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(-k) - f(0)}{-k} = - \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(k) - f(0)}{k} = -\alpha$$

となり, (*) 式は $\alpha = -\alpha$. よって, $\alpha = 0$. すなわち, $f'(0) = 0$ …… (エ)

7. $y = f(x)$ と x 軸との交点の x 座標を c とすると,

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = -S_1 + S_2 \dots\dots (ウ)$$

8. (与式) $= 5^{2n} + 5^n = 5^n(5^n + 1)$ であるから, 5 と 13 が互いに素なので,
 (与式) が 13 で割り切れる $\Leftrightarrow 5^n + 1$ が 13 で割り切れる.
 よって, 5^n を 13 で割ったときの余りを考えると, $(13$ で割ったときの余りが等しいことを “ \equiv ” で表す)

$n=1$ のとき, $5^1 = 5$ $n=4$ のとき, $5^4 \equiv 8 \cdot 5 = 40 \equiv 1$
 $n=2$ のとき, $5^2 = 25 \equiv 12 \equiv -1$ は 13 の倍数 $n=5$ のとき, $5^5 \equiv 1 \cdot 5 = 5$
 $n=3$ のとき, $5^3 \equiv 12 \cdot 5 = 60 \equiv 8$ 以下, 繰り返し (数学的帰納法で証明できる)

したがって, $n = 2, 6, 10, \dots$ すなわち,
 $n = 4p + 2$ (p は負でない整数) のとき, (与式) は 13 で割り切れる. …… (エ)

9.
$$\begin{aligned} f(x) &= 1 - \cos^2 x + \cos x - 1 \\ &= -\cos^2 x + \cos x \\ &= -\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

 したがって, $\cos x = \frac{1}{2}$ で最大となる. $0 \leq x \leq 2\pi$ より $x = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$ で最大値 $\frac{1}{4}$ をとる. …… (答)

10. 共通な弦を含む直線の方程式は,

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-14)^2 = 125 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

よって, $x + 7y - 25 = 0$.
 よって, この直線と原点との距離は $\frac{|0 + 7 \cdot 0 - 25|}{\sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ …… (答)

11. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ とおくと, $f(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, $f''(x) = 6ax + 2b$ である. このグラフと y 軸との交点の y 座標は正なので, $f(0) = d > 0$ である. また, この点における接線の傾きは正なので, $f'(0) = c > 0$ である. 変曲点の前後でこのグラフの接線の傾きは減少から増加に変わるので, $f''(x)$ の x の係数 $6a$ は正, すなわち, $a > 0$ である. 変曲点の x 座標は正なので, $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$ より, $-\frac{b}{3a} > 0$ であり, $a > 0$ を用いれば, $b < 0$ である.
 以上より, $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$ …… (答)

理数系高校生のための基礎学力調査／平成24年度

数学問題 (B) 解答

- $10^{1+2a} = 10 \cdot 10^{2a} = 10 \cdot (10^a)^2 = 10 \cdot 4^2 = 160 \dots\dots (ウ)$
- 5冊の組, 4冊の組, 3冊の組の並べ方は3!通りある。さらに, 5冊の組, 4冊の組, 3冊の組の中での異なる本の並べ方はそれぞれ5!通り, 4!通り, 3!通りである。よって, 求める並べ方の総数は $5! \times 4! \times 3! \times 3!$ (通り) $\dots\dots (ア)$

3. $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = \log(1+2t) \end{cases}$ について, $\frac{dx}{dt} = -e^{-t}$, $\frac{dy}{dt} = \frac{2}{1+2t}$ だから, 動点 (x, y) の時刻 t での速度ベクトルは, $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \left(-e^{-t}, \frac{2}{1+2t}\right) \dots\dots (ウ)$

4. $90^\circ < \theta < 180^\circ$ より, $\cos\theta < 0$, $\sin\theta > 0$.
 $\cos\theta = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$, $\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \frac{3}{5}$
 $\therefore \sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25} \dots\dots (ア)$

5. $f(x) = 3x^3 + 6x^2 + kx + 9$ とすると,
 $f'(x) = 9x^2 + 12x + k$, $f''(x) = 18x + 12$ よって, 変曲点の x 座標は, $x = -\frac{2}{3}$ である。
 $f'\left(-\frac{2}{3}\right) = 9 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 12 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + k = -4 + k$ であるから, $-4 + k = 0 \therefore k = 4 \dots\dots (オ)$

6. l と m の交点 P の座標を (x_0, y_0) とすると,
 $ax_0 + by_0 = 0 \dots\dots ①$
 $px_0 + qy_0 + r = 0 \dots\dots ②$
 である。与式の左辺に (x_0, y_0) を代入すると ①, ②より
 $(a+p)x_0 + (b+q)y_0 + r = (ax_0 + by_0) + (px_0 + qy_0 + r) = 0$
 したがって, 与式は点 P を通る。 $\dots\dots (オ)$

7. 「 $f''(x)$ は定義域のすべての x に対して負」ということから, この関数のグラフは定義域すべてで上に凸である。これを満たすものは (ア) のみであり, $f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ も満たしている。 $\dots\dots (ア)$

8. 円柱底面の半径を $r (> 0)$ m とすると, 題意より円柱の高さは $(3-2r)$ m で, $3-2r > 0$ より, $0 < r < \frac{3}{2}$ のとき, 円柱の体積 $V(r)$ m³ は

$$V(r) = \pi r^2 \cdot (3-2r) = \pi(-2r^3 + 3r^2)$$

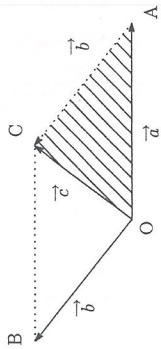
$$\frac{dV}{dr} = \pi(-6r^2 + 6r) = -6\pi r(r-1)$$

r	0	\dots	1	\dots	$\frac{3}{2}$
$\frac{dV}{dr}$			+	0	-
$V(r)$			\nearrow	極大	\searrow

だから, $0 < r < \frac{3}{2}$ の範囲で増減表を考えると, $V(r)$ は, $r = 1$ で極大かつ最大であることが分かる。よって, 底面の半径は 1 m $\dots\dots (エ)$

9. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ とおくと,
 $\vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{c} = (x+y) \cdot \frac{x\vec{a} + y\vec{c}}{x+y}$

であり, $x = y = 0$ のときは, 点 O と点 P は一致する。それ以外の場合は, ベクトル $\frac{x\vec{a} + y\vec{c}}{x+y}$ は, 線分 AC 上の内分点である。その実数 $(x+y)$ 倍で, $0 \leq x+y \leq 1$ だから, 点 P の存在する範囲は, 右図の通りである。



10. 面積に注目すると,
 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$ だから, $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 15 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot AD \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot AD \cdot \sin 30^\circ$
 よって, $\frac{75\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot (10+15) \cdot AD \cdot \frac{1}{2}$ ゆえに, $AD = 6\sqrt{3} \dots\dots (答)$

11. $a > 1$ のとき, 関数 $y = \log_a x$ のグラフは単調に増加するので,
 $0 < \log_4 3 < \log_4 4 = 1 = \log_3 3 < \log_3 4$

$\frac{3}{2}$ と $\log_3 4$ を比較して,
 $\frac{3}{2} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \log_3 \sqrt{27} > \log_3 \sqrt{16} = \log_3 4$
 また, $\log_3 0.6 < \log_3 1 = 0$ したがって,
 $\log_3 0.6 < \log_3 3 < \log_3 4 < \frac{3}{2} \dots\dots (答)$