

(令和2年度)

数学科学習指導案

日 時 令和2年10月6日(火)第6校時
14:20～15:05
対 象 2～4年次選択者19名(男子13名女子6名)
学校名 東京都立大江戸高等学校
授業者 教諭・今井 陽一
会 場 3階地学室

教科名	数学	科目名	数学II	学年	2～4年次
-----	----	-----	------	----	-------

(1) 単元(題材)名、使用教材(教科書、副教材)

- ア 単元名 3章 三角関数 2節 加法定理
イ 使用教材 「数学II Standard」(東京書籍)

(2) 単元(題材)の目標

- ・三角関数の加法定理や2倍角の公式、三角関数の合成について理解することができる。
- ・二つの数量の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。

(3) 単元の評価規準

ア 知識・技能	イ 思考・判断・表現	ウ 主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none">・加法定理を活用して、与えられた三角関数の問題を処理し、正しく求めることができる。・2倍角の公式を活用して、与えられた三角関数の問題を処理し、正しく求めることができる。・三角関数の合成を活用して、与えられた三角関数の問題を処理し、正しく求めることができる。	<ul style="list-style-type: none">・三角関数の加法定理を導く過程について考察することができる。・2倍角の公式を、加法定理の特別な場合としてとらえることができる。・二つの数量の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。	<ul style="list-style-type: none">・三角関数の合成の公式を加法定理と関連づけて考察し、活用しようとしている。・二つの数量の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を発展的に考察したりして、活用しようとしている。

(4) 指導観

ア 単元（題材）観

三角関数の重要な性質の一つとして加法定理を取り扱い、三角関数の基本的な性質や加法定理を基にして、2倍角の公式及び三角関数の合成などを導く力を養う。指導に当たっては、例えば既知の角の大きさの三角関数の値を基に、新たな角の大きさの三角関数の値を求めるなど、加法定理などの必要性が感じられる場面を設定する。

回転運動や波動など、周期性のある事象はすべて三角関数で表される。このような事象における二つの数量の関係に着目し、問題解決をしたり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりする力を養う。

イ 生徒観

本校はチャレンジスクールである。チャレンジスクールとは、東京都における三部制・単位制・総合学科の定時制の公立学校である。また、東京都教育委員会では、チャレンジスクールを「これまで能力や適性を十分に生かしきれなかった生徒が、自分の目標を見付け、それに向かってチャレンジする高校」と位置づけ、設置している。

数学Ⅱは、4単位の選択講座である。数学に興味のある生徒が多く、大学への進学を希望し、数学が得意な生徒もいる一方で、既習事項の定着が不十分で数学Ⅱの難易度の高い内容を理解することに苦勞する生徒もいる。

ウ 教材観

平成29年度教育研究員高等学校数学部会では『『数学的な見方・考え方』をはたらかせる教材や発問の工夫をし、数学的活動をさせることで思考力・判断力・表現力を高められる。』ことを研究仮説とし、「新しい時代に求められる『思考力・判断力・表現力等』を高めるための授業改善」について報告している。本単元はこの具体的方策を援用している。

また、文部科学省では、数学的活動として捉える問題発見・解決の過程は、「算数・数学の学習過程イメージ」（図1）として図を用いて考えを示され、実際の数学の学習過程においても、このイメージ図過程を意識していくことで数学的に考える資質・能力を育成することが重要であるとされており、本単元はこのイメージ図の過程に基づいた捉え方で教材を考えている。

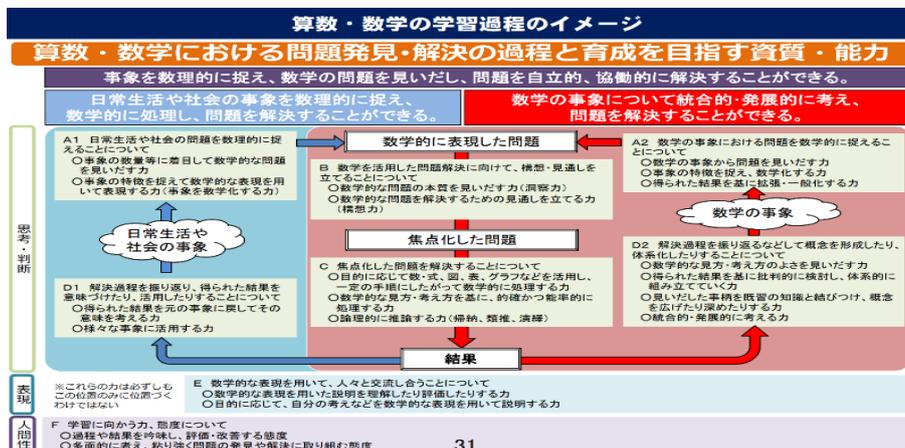
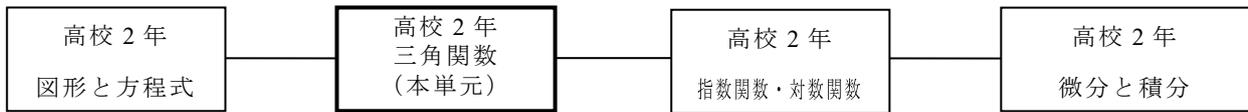


図1. 算数・数学の学習過程イメージ

(5) 年間指導計画における位置付け



(6) 単元（題材）の指導と評価の計画（8時間扱い）

時間	学習活動	評価の観点			評価規準 (評価方法など)
		ア	イ	ウ	
第1時～第3時	<ul style="list-style-type: none"> 三角関数の加法定理を認識し、15°、75°、105°などの三角関数の値を求めることができる。 	●	●		イ(観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話) ア(観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話) ア イ (観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話)
第4時・第5時	<ul style="list-style-type: none"> 加法定理から2倍角の公式を導き、利用できる。 	●	●		ア イ (観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話) ア イ (観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話)
第6時・第7時	<ul style="list-style-type: none"> 三角関数の合成について理解し、関数の最大値・最小値を求めることに応用することができる。 	●		●	ウ(観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話) イ(観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話)
第8時 (本時)	<ul style="list-style-type: none"> 三角関数などの既習事項を用いて、観覧車の事象を数学的に捉え、数学化することができる。 観覧車の事象の問題解決過程を振り返ってその事象の数学的な特徴を考察し一般化がすることができる。 		●	●	イ ウ (観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話)

(7) 本時（全8時間中の8時間目）

ア 本時の目標

- 三角関数などの既習事項を用いて、観覧車の事象を数学的に捉え、数学化することができる。
- 観覧車の事象の問題解決過程を振り返って、その事象の数学的な特徴を考察し、一般化がすることができる。

イ 本時の展開

時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準・方法
導入 5分	<p>・観覧車を考察することを知る。</p> <p>・事前課題の確認をする。</p>	<p>・本時では観覧車のゴンドラから地上までの高さを考えることを伝える。</p>	<p>具体的方策 (3)</p> <p>問題の多様な考えを共有する活動</p>
<p>事前課題 次の問いに答えよ。</p> <p>(1) 円の円周が 30 で、小さい方の弧 AB が 5 であるときの θ の値を求めよ。</p> <div data-bbox="635 882 1062 1167" style="text-align: center;"> </div> <p>(2) 円の半径が 50 であるとき、h を θ を用いて表せ。</p> <div data-bbox="608 1249 1062 1666" style="text-align: center;"> </div>			
<p>S1 (1) $\theta = \frac{5 \times 360^\circ}{30} = 60^\circ$</p> <p>S2 (1) $\theta = \frac{5 \times 2\pi}{30} = \frac{\pi}{3}$</p> <p>S3 (1) $360^\circ : \theta = 30 : 5$ $\theta = 60^\circ$</p> <p>S1 (2) $h = 50 - 50 \cos \theta$</p> <p>S2 (2) $h = 50(1 - \cos \theta)$</p> <p>S3 (2) $h = 50 + 50 \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$</p> <p>S4 (2) $h = 50 + 50 \cos(\theta - \pi)$</p>		<p>・事前課題の解説をプロジェクターに投影し、確認をする。</p> <p>・生徒から提出された事前課題の習熟度に合わせて、事前課題の解説を行う。</p>	

展開
①
20分

・問題1に取り組む。

問題1 1周するのに16分かかる半径60(m)の円形をした観覧車がある。その観覧車は、ゴンドラの動く速さは一定であり、ゴンドラの乗り場は地上0(m)にある。ゴンドラが地上を出発してから7分後の地上からの高さを求めよう。



- ・個人で考える。(5分)
- S1 高さを $h(m)$ として考えよう。
- S2 半径60(m)と高さ $h(m)$ との差を半径60(m)から引けば高さ $h(m)$ が求められそうだ。
- S3 事前課題が応用できそうだ。
- S4 観覧車は時計回りかな。
- S5 図を描いてみよう。
- S6 ゴンドラの場合はどこかな。
- ・周囲と議論する。(10分)
- S1 $\theta = \frac{7 \times 2\pi}{16} = \frac{7\pi}{8}$
 $h = 60 - 60\cos\theta$
 $h = 60 - 60\cos\frac{7\pi}{8}$
 $\approx 115.4(m)$
 115.4(cm)は正しいだろう。
- S2 $\theta = \frac{7 \times 360^\circ}{16} = 157.5^\circ$
 $h = 60(1 - \cos\theta)$
 $h = 60(1 - \cos 157.5^\circ)$
 $\approx 115.4(m)$
- S3 $h = 60 - 60\cos\frac{7\pi}{8}$
 $\approx 0.069(m)$
 6.9cm は本当に正しいのか。
- ・問題2の解答例を確認する。
- ・多様な考え方を共有する。

- ・生徒が図を活用して推論できるように発問を工夫する。また、高さを $h(m)$ と仮定するように発問を工夫する。
- ・ゴンドラが地上を出発してから7分後の地上からの $h(m)$ については、ゴンドラと観覧車の中心Cとのなす角を θ とするとき、
 $h = 60 + 60\cos(180^\circ - \theta)$ 、 $h = 60 + 60\sin(\theta - 90^\circ)$ 、 $h = 60 - 60\cos\theta$ などと立式する生徒が想定されるため、どれも間違いではなく、三角関数は違った形をした式でも同じ意味をもつものが存在することを想起させるように三角関数の性質を例に挙げながら助言する。
- ・問題1は電卓の利用を認める。
- ・電卓は DEG で計算すると度数法で計算され、RAD では弧度法で計算されるため、計算している式は度数法と弧度法のどちらを採用しているのかを問うなどして助言する。

イ

- A 事前課題を基にして問題1を考察し、高さ $h(m)$ を求めることができる。
- B 事前課題を基にして問題1を考察することができる。
- C 問題1を考察することができない。

【観察・ワークシートの記述内容・発話】

図1

- A1 事象の特徴を捉えて数学的な表現を用いて表現する力(事象を数理化する力)

具体的方策(2)

複数の解き方が考えられる課題の設定及び発問の工夫

図1

- B 数学的な問題を解決するための見通しを立てる力

思考・判断

図1

- C 論理的に推論する力(類推)

思考・判断

図1

- E 数学的な表現を用いた説明を理解したり評価したりする力
 目的に応じて、自分の考えなどを数学的な表現を用いて説明する力

具体的方策(4)

多様な考えを共有する活動

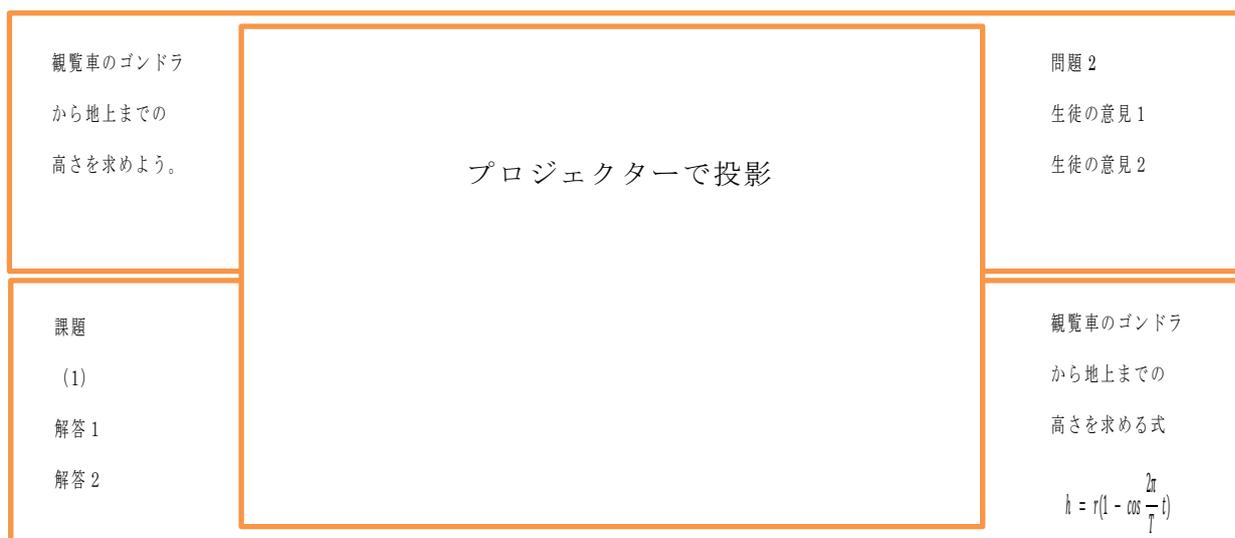
図1

- F 過程や結果を吟味し、評価・改善する態度

人間性

<p>展開② 15分</p>	<p>・問題2に取り組む。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>問題2 様々な観覧車にもこの考え方を適用するには、どうしたらよいだろうか。</p> </div>		<p>図1 D2 統合的・発展的に考える力 思考・判断</p>
	<p>・自分の考えをワークシートに記入する。</p> <p>・隣の人に質問して聞く。</p> <p>S1 一般化すればよい。</p> <p>S2 変数は文字を使って表す。</p> <p>S3 場合分けする。</p> <p>S4 分からない。</p> <p>・問題3に取り組む。(10分)</p>	<p>・ペアで問題2の通りに質問しあい、「ペアでどのような意見が出たか」と発問し、教師が意見をまとめる。</p>	<p>図1 A2 得られた結果を基に拡張・一般化する力 思考・判断</p>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>問題3 一般化して高さを求める式を立ててみよう。 1周するのにT分かかかる半径r(m)の円形をした観覧車がある。その観覧車は、ゴンドラの動く速さは一定であり、ゴンドラの乗り場は地上0(m)にある。ゴンドラが地上を出発してからt分後の地上からの高さh(m)を求める式を作ろう。</p> </div> <p>S 下図のように、ゴンドラ乗り場を原点(0,0)にとり、ゴンドラが地上を出発してからt分後の地上からのh(m)については、ゴンドラと観覧車の中心Cとのなす角をθとするとき、$h = r(1 - \cos\theta)$ (①)と表せる。ただし、θについては、条件から$\theta = \frac{2\pi}{T}t$ (②)であるので、①、②より、$h = r(1 - \cos\frac{2\pi}{T}t)$と表すことができる。 したがって、$h = r(1 - \cos\frac{2\pi}{T}t)$</p> <p>・問題3の解答例を確認する。</p>	<p>・問題2の解答例を参考に、一般化したときの解答を自分の解答として作成させる。</p> <p>・問題1では、度数法を用いて立式する生徒が多くいることが想定されるため、机間指導では弧度法で表すと式が簡素に表現しやすいなどの利点を補足するようにする。</p>	<p>ウ A 問題2を基に拡張・一般化することを多面的に考え、粘り強く問題の発見や解決に取り組む態度である。 B 粘り強く問題の発見や解決に取り組む態度である。 C 粘り強く問題の発見や解決に取り組む態度でない。 【観察・ノートの記述内容・発話】 図1 F 多面的に考え、粘り強く問題の発見や解決に取り組む態度である。人間性 図1 B 数学的な問題を解決するための見通しを立てる力 思考・判断 図1 C 論理的に推論する力(類推) 思考・判断</p>
<p>まとめ 5分</p>	<p>・本時の学習について振り返る。</p> <p>・振り返りシートを記入する。</p>	<p>・振り返りシートは具体的に記述するように指導する。</p>	

ウ 板書計画



(8) 参考文献

今井陽一 北島茂樹 (2019) .チャレンジスクールにおける高等学校数学科のカリキュラムの検討.明星大学大学院 教育学研究科 年報,第 5 号,17-33

CASIO 関数電卓 例題と操作 観覧車の回転角度と位置。(2020 年 10 月 3 日確認)

<https://edu.casio.jp/cal/cal19/>

小池克行他 5 名 (2016) 生徒による振り返りを視点とした授業改善への実践的アプローチ : 生徒の学習感想を分析する枠組みの開発とその実践的検討.上越教育大学教職大学院研究紀要, 第 3 卷,103-110

鈴木克明 美馬のゆり (2018) 学校設計マニュアル 「おとな」になるためのインストラクショナルデザイン

東京書籍 シラバス案 数学Ⅱ (2020 年 10 月 3 日確認)

https://ten.tokyo-shoseki.co.jp/ten_download/2018/2018028293.pdf

東京書籍 評価規準例 「数学Ⅱ Standard」(東書 数Ⅱ 318) (2020 年 10 月 3 日確認)

https://ten.tokyo-shoseki.co.jp/ten_download/2018/2018028296.pdf

東京書籍 (2020) .数学Ⅱ Standard

東京都教育委員会 (2017) .平成 29 年度 教育研究員研究報告書 高等学校・数学」

日本教育新聞 (2020 年 10 月 3 日確認)

<https://www.kyoiku-press.com/wp-content/uploads/2019/06/20190617-10-00.jpg>

東京都教育委員会 (2020) .令和 3 年度 東京都立高等学校に入学を希望する皆さんへ

文部科学省 (2019) .高等学校学習指導要領 (平成 30 年告示) 解説 数学編 理数編

文部科学省 (2016) .算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ