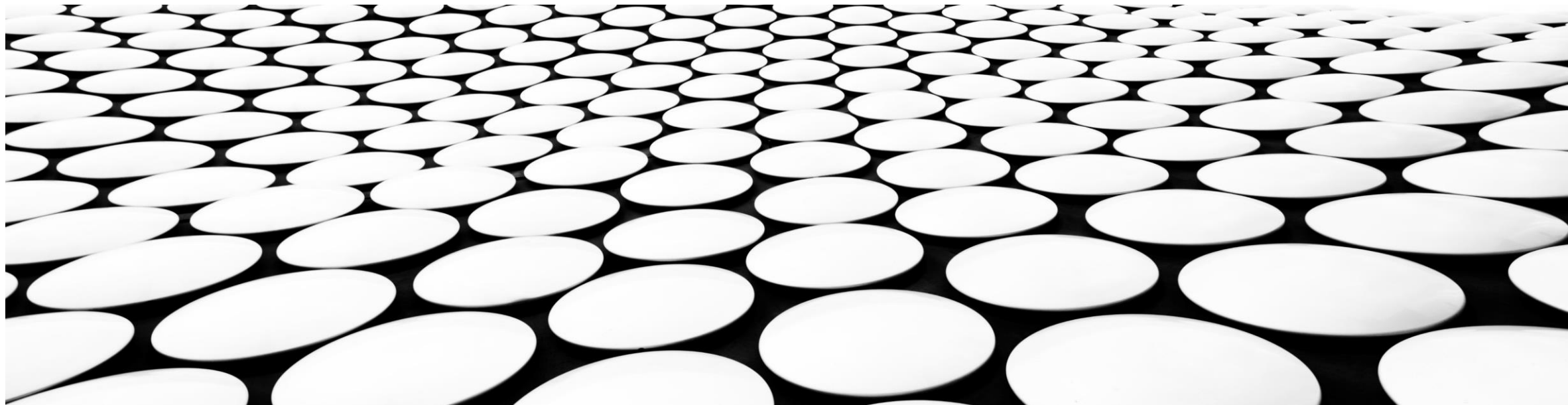


定時制高校数学科における三角関数の授業実践報告

三角関数 「観覧車のゴンドラから地上までの高さを求めてみよう。」

東京都立大江戸高等学校 今井陽一



チャレンジスクールについて

- 小・中学校時代に不登校を経験した生徒や、高等学校を中途退学した生徒を含め、これまでの教育の中では自己の能力や適性を十分に生かすできなかった生徒など、多様な生徒が学校生活を通じて自分の目標を見付け、それに向かってチャレンジする学校

東京都立大江戸高等学校—チャレンジスクールとは

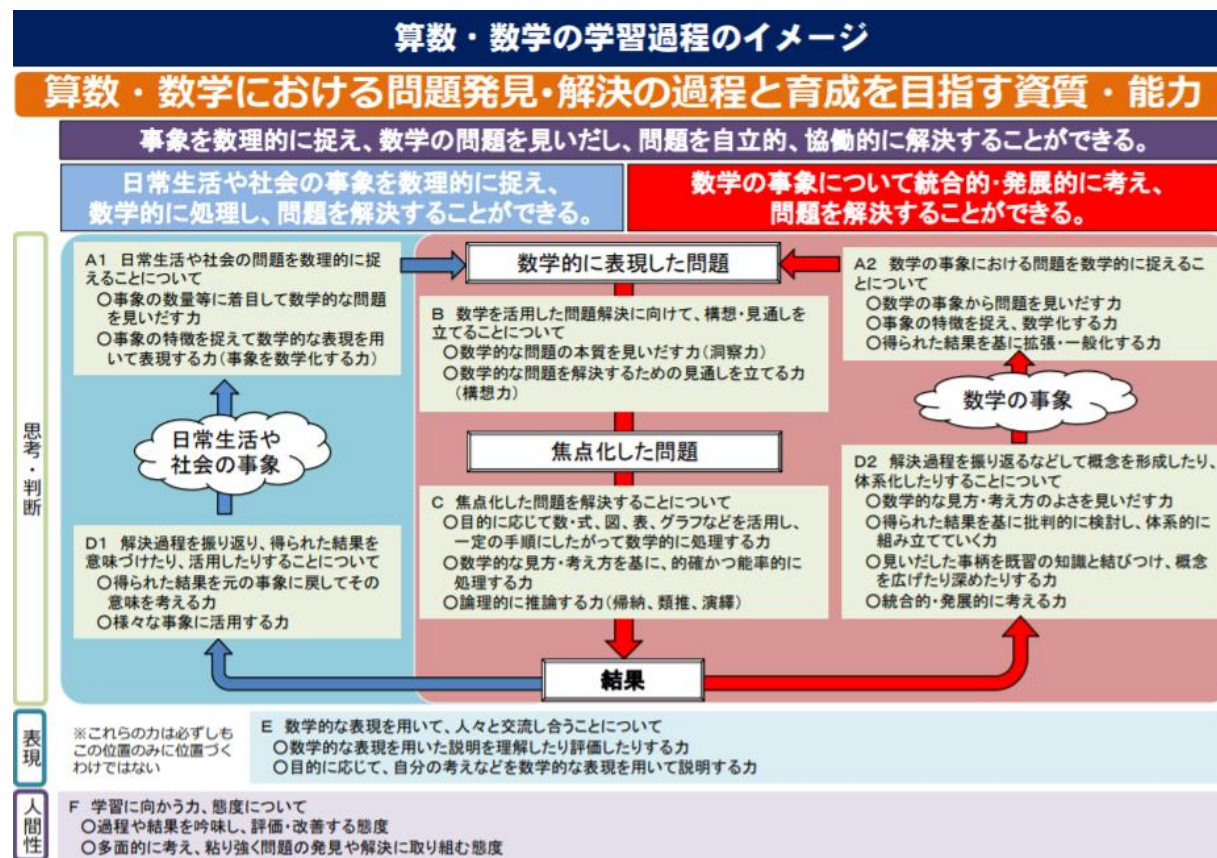
<http://oedo-h.metro.tokyo.jp/> (2020.10.26 最終確認)

- 小・中学校時代に不登校経験を持つ生徒や長期欠席等が原因で高校を中途退学した者等を主に受け入れる総合学科・三部制(午前部・午後部・夜間部)の高校で、他部履修により3年での卒業も可能とする。

東京都教育委員会—これまで設置してきた多様なタイプの学校

https://www.kyoiku.metro.tokyo.lg.jp/school/high_school/type.html (2020.10.26 最終確認)

文部科学省（2016） 算数・数学の学習過程のイメージ



平成29年度 教育研究員研究報告書 数学 P4

IV 研究方法

本研究の仮説である「既習事項等と新たに学習した内容を相互に関連付ける学習活動や多面的・多角的に考察する学習活動等の『数学的な見方・考え方』を働かせる数学的活動を行うことで、思考力・判断力・表現力が高まる。」ことを検証するために、以下に示すとおり実践研究を行う。

1 「数学的な見方・考え方」を働かせる教材の工夫や発問の仕方の工夫を行い、「数学的な見方・考え方」を働かせる授業の計画・実践

以下の取組を意図的に取り入れた指導計画を作成し、授業を実践する。

(1) 生徒が自ら問題を見いだす課題の設定

「数学的な見方・考え方」を働かせながら、知識・技能を活用させ、自分の思いや考えと結び付けさせる。

(2) 複数の解き方が考えられる課題の設定及び発問の工夫

解に至るまでの過程が複数存在する課題を設定し、既習内容の経験と関連付けた思考を促進させる。

(3) 問題の解き方や解答の考察

自らの考えを振り返らせることで、問題の解き方や解答が簡潔・明瞭・的確に表現されているか再確認させ、次の学習活動へつなげさせる。

(4) 多様な考えを共有する活動

他者との話し合う場面や解法や考え方を学び合う場面を設定し、意見を伝え合うことで問題を多面的に考察し、協働的な学習活動につなげる。

本時の導入 事前課題

数学II 三角関数 課題

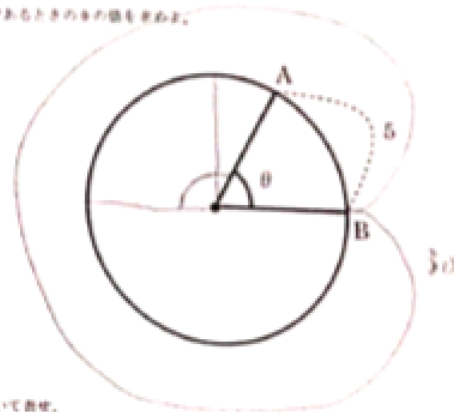
次の問いに答えよ。

(1) 円の半径が10で、小さい方の弧ABが 5° であるときの角 θ の値を求めよ。

$$r(\theta) = 10 \cdot 2 \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\theta = \frac{5}{10} \pi = \frac{5}{18} \pi$$

$$\theta = \frac{5}{9} = 60^\circ$$



(2) 円の半径が50であるとき、 h を θ を用いて表せ。

円(中心O)の半径は $r=50$ 、 $\angle AOB = \theta$



$$\therefore \text{半径 } r = 50 \text{ のとき}$$

$$h = 50$$

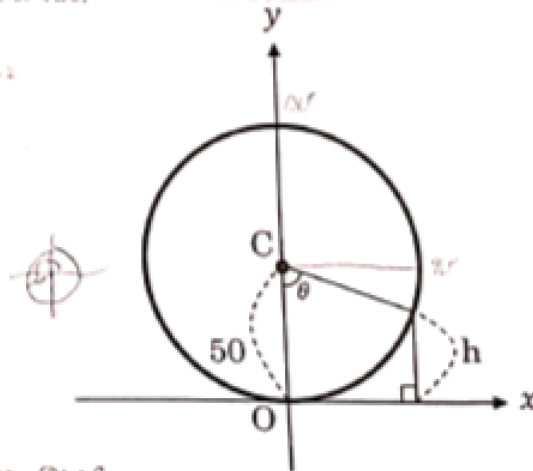
$$\frac{h}{50} = \cos \theta$$

$$h = 50 \cos \theta$$

$$\therefore h = 50 \cos \theta$$

$$\therefore h = 50 - 50 \cos \theta = 50(1 - \cos \theta)$$

$$h = 50 - 50 \cos \theta = 50(1 - \cos \theta)$$



数学II 三角関数 課題

次の問いに答えよ。

(1) 円の半径が10で、小さい方の弧ABが 5° であるときの角 θ の値を求めよ。

$$s = 10$$

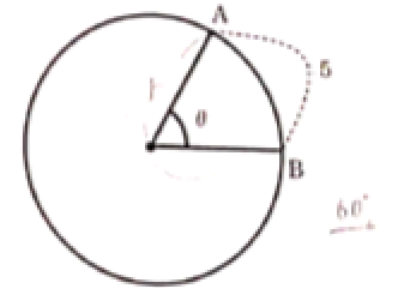
$$15 = 30^\circ$$

$$20 = 45^\circ$$

$$25 = 60^\circ$$

$$30 = 90^\circ$$

$$\theta = \frac{5}{10} \pi = 60^\circ$$



(2) 円の半径が50であるとき、 h を θ を用いて表せ。



$$\cos \theta = \frac{h}{50}$$

$$\cos \theta = \frac{h}{50}$$

$$1 - \cos \theta = 1 - \frac{h}{50}$$

$$\cos \theta = \frac{50-h}{50}$$

$$\sin \theta = \frac{h}{50}$$

$$h = 50 - 50 \cos \theta$$

本時の展開 1 問題 1

数学II 観覧車のゴンドラから地上までの高さを求めてみよう。

問題 1 1周するのに16分かかる半径60(m)の円形をした観覧車がある。その観覧車は、ゴンドラの動く速さは一定であり、ゴンドラの乗り場は地上0(m)にある。ゴンドラが地上を出発してから7分後の地上からの高さを求めたい。



cosを用いて解いている →

$60 \cos \theta$

$60 \cos \theta = 64 - \cos \theta$

$\theta = \frac{7}{8} \pi \quad \theta = 157.5^\circ$

$h \approx 110.9 \text{ m}$

$h \approx 115.4 \text{ m}$

$60 \cos \theta = 64 - \cos \theta$

$60 \left(1 - \cos \frac{7}{8} \pi\right) = 115$

本時の展開 1 問題 1

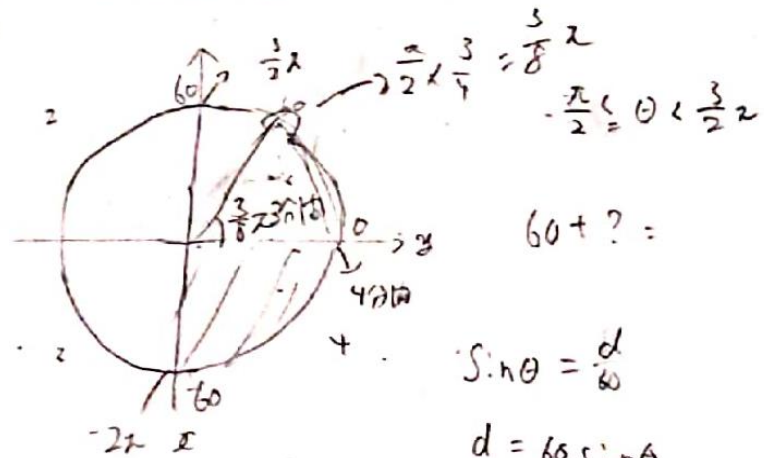
数学II 観覧車のゴンドラから地上までの高さを求めてみよう。

問題1 1周するのに16分かかる半径60(m)の円形をした観覧車がある。その観覧車は、ゴンドラの動く速さは一定であり、ゴンドラの乗り場は地上0(m)にある。ゴンドラが地上を出発してから7分後の地上からの高さを求めたい。



sinを用いて解いている →

【周囲と議論したときの考え】



$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{d}{60} \\ d &= 60 \sin \theta \\ d &= 60 \sin \frac{3}{8}\pi \\ &= 60 + 60 \sin \frac{3}{8}\pi \\ &= 60 + (1 - \sin \frac{5}{8}\pi) \\ &= 115.43 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{12}\pi \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

本時の展開 1 問題2

問題2
様々な観覧車にもこの考え方を適用するには、どうしたらよいだろうか。

【自分の考え】

公式

【板書】

【周囲と議論したときの考え】

公式を作り上げる

↑ CからD2の力を働かせたグループ

問題2
様々な観覧車にもこの考え方を適用するには、どうしたらよいだろうか。

【自分の考え】

観覧車の大きさ・円の直径
のいる時間... 角度

【板書】

【周囲と議論したときの考え】

観覧車の直径
何分まで回るか この3つが分かればよい
今何分後か

問題2
様々な観覧車にもこの考え方を適用するには、どうしたらよいだろうか。

【自分の考え】

半径が何mか 何分まで回るか

【板書】

【周囲と議論したときの考え】

半径が何m 何分まで回るか
速度は一定なのか

↑ CからD1の力を働かせたグループ

本時の展開 2

問題 3

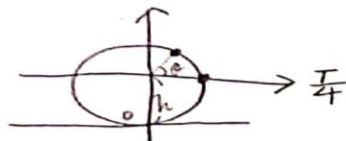
数学Ⅱ 観覧車のゴンドラから地上までの高さを求めてみよう。

問題 3 問題 1 の解答を一般化してみよう

1 周するのに T 分かかる半径 r (m) の円形をした観覧車がある。その観覧車は、ゴンドラの動く速さは一定であり、ゴンドラの乗り場は地上 0 (m) にある。ゴンドラが地上を出発してから t 分後の地上からの高さ h (m) を求める式を作ろう。

【自分の作成した解答】

ゴンドラが地上を出発してから T 分後の地上からの高さを h (m) とする。
 下図のように、ゴンドラ乗り場を原点 $(0,0)$ にとり、ゴンドラが地上を出発してから t 分後の地上からの高さ h (m) については、ゴンドラと観覧車の中心 C とのなす角を θ とするとき、 $h = r(1 - \cos\theta)$ ① と表せる。ただし、 θ については、
 条件から $\theta = \frac{2\pi}{T} \cdot t = \frac{2\pi}{T}t$ ② であるので、
 ①、②より、 $h = r(1 - \cos\frac{2\pi}{T}t)$ と表せる。



したがって $h = r(1 - \cos\frac{2\pi}{T}t)$ となる。

【問題 1 の解答例 1】

ゴンドラが地上を出発してから 7 分後の地上からの高さを h (m) とする。

下図のように、ゴンドラ乗り場を原点 $(0,0)$ にとり、ゴンドラが地上を出発してから 7 分後の地上からの

h (m) については、ゴンドラと観覧車の中心 C とのなす角を θ とするとき、

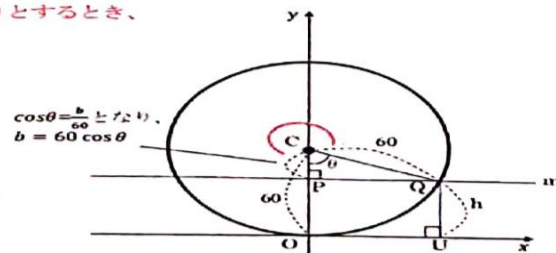
$h = 60(1 - \cos\theta)$ ① と表せる。

ただし、 θ については、

条件から $\theta = \frac{2\pi}{10} \cdot 7 = \frac{7}{5}\pi$ ② であるので、

①、②より、 $h = 60(1 - \cos\frac{7}{5}\pi)$ と表せる。

したがって、 $h \approx 115.4$ (m) (答) 約 115.4m



本時のまとめ

振り返り

今日の授業で大切だと思ったことをまとめましょう。

- ・発見したことや気付いたことなど
- ・自分が一番頑張ったこと
- ・友達の考えですばらしいと思ったこと

小池克行他5名（2016）生徒による振り返りを視点とした授業改善への実践的アプローチ：生徒の学習感想を分析する枠組みの開発とその実践的検討.上越教育大学教職大学院研究紀要, 第3巻,103-110

小池他5名（2016）による細分化した授業感想の指導の4段階

表1 細分化した学習感想の指導の4段階

第1段階	<p>数学の学習内容についての具体的な記述がなく，抽象的な言葉が多い。</p> <p>1-A（学習への感想が主な記述） 主に，「楽しい」「難しかった」「分からない」などの簡素な記述がある。</p> <p>1-B（自らの学びを振り返る記述） 主に，「～したい」といった，自らの学びを振り返り，今後の学習の取組に向けての記述がある。</p> <p>1-C（他との関わりについての記述） 主に，「いろいろな考えが分かった」など，他者との関わりから学んだとする記述がある。</p>
<p>書くことに慣れさせる段階。書く内容を具体的に限定させることが大切である。</p>	
第2段階	<p>数学の学習内容についての具体的な記述がある。</p> <p>2-A（具体的な学習内容の記述） 主に，学習内容について具体的な記述がある。</p> <p>2-B（自らの考えなどの具体的な記述） 主に，学習内容についての具体的な記述に加え，自らの考えや疑問などの記述がある。</p>
<p>書くことが焦点化している段階。自分の考えの根拠を詳しく書くようにさせることが大切である。</p>	
第3段階	<p>他人の具体的な考えについて，自分がどう思ったかが記述されている。</p> <p>自分の考えだけでなく他人の考えを受け入れようとしている段階。自分では考えられなかったものを他人の考えに見付け出そうという相互作用が生まれてくる。</p>
第4段階	<p>他の考えなどから自分の考えを見直し，発展的に考えている記述がある。</p> <p>より数学的な考え方を追究しようという態度が見られる段階。自分の考えや他人の考えを検討して相互作用や相互啓発が生まれ，さらにもう一度自分の考えを見直そうとしている。</p>

生徒の具体的な記述

【 今日の授業で大切に思ったことをまとめましょう。 】

→ 2-A,2-B（数学の学習内容についての具体的な記述）に分類された記述が多かった。

段階	生徒の具体的な記述
1-A	<ul style="list-style-type: none">理解はできたと思う。（HG）三角関数は意外と大事。（SB）大切だと思ったことは考えるということ。（SK）
1-B	<ul style="list-style-type: none">テストのときまでにこの問題の対策をしたい。（HG）与えられた数をうまく使うことが重要だと感じた。（IN）頭を柔らかくして考えかつ知識も必要になってくることが大事だと感じた。（FR）毎日日々復習を行わないと授業に置いていかれると大変なことになると痛感してしまった。今後からもっと復習、予習をしていこうと思う。（SA）
1-C	<ul style="list-style-type: none">すぐわからないとあきらめるクセがあるので今回、意見を出し合って、答えを出そうとしたことは良かった。（SK）
2-A	<ul style="list-style-type: none">三角関数の計算が苦手。（HG）hの範囲をどこに置くかで迷う部分があった。（OK）文字におきかえることでさまざまなパターンにいかせることがわかりました。（AK）三角関数は観覧車の高さを計ることに使える。（IN）三角関数によって出すことが難しいと思ったものでも、数字を出せることが分かった。（FR）今まで習っていた三角関数が日常生活などこのような形で使うことが出来るのだとわかりました。（YS）
2-B	<ul style="list-style-type: none">1周する時間と半径が分かれば？分後のゴンドラの高さが分かる。（KT）$7/8\pi$と出すときに、8分（半周）中7分の距離と考えるとわかりやすい。（OK）答えを求めるだけでなく、文字などを扱って一般化したりすることが苦手だと気づいた。それは、数学を本質的に理解できていない証拠である為、今後数学を沢山勉強して力をのばしていきたい。（HA）また、図を書き、わかっている数字をあてはめ、わからない所は文字をおくなどさまざまなくふうの仕方があることがわかりました。（YS）最初から分かる情報を全て図を用いて可視化すること。（HI）
3	<ul style="list-style-type: none">友達が「お台場以外で高さを求めるには地上から乗り場までの高さや階段の高さなどを求めなくてはいけない」と言っていたこと（KT）
4	