

学習指導案

教科： 数学

科目： 代数

日時： 第1回 2020年4月23日(木) 第1時限 (動画「中2代数0423」)
第2回 2020年5月1日(金) 第1時限 (動画「さいころ100回チャレンジ_考察編」)
第3回 2020年5月6日(水) 第1時限 (動画「さいころ100回チャレンジ_解答編」)
※ 各動画はMicrosoft「映画 & テレビ」アプリで再生確認済み

学級： 中等部2年 (各クラス女子43または44名の、全5クラスへ動画配信形式の授業)

授業者： 中島 熙人 印

教科書： 『四訂版6ヵ年教育をサポートする 体系数学2 代数編』, 数研出版, 2015年

単元： 確率と標本調査

単元の目標：

- (1) 樹形図や表を適切に利用して、場合の数を数え上げることができる。
- (2) 順列と組合せの違いを理解し、 ${}_nP_r$, ${}_nC_r$, $n!$ などの記号を利用して問題を解くことができる。
- (3) 確率の定義を理解し、場合の数の知識を適切に使用して問題を解くことができる。
- (4) 積事象や和事象、余事象などの確率の性質を理解し、それらを利用して問題を解くことができる。
- (5) 標本調査の概念を理解し、与えられた情報を適切に使用して推定値を計算することができる。

本時の目標：

- ① 確率の定義や性質を理解し、基本的な問題を解くことができる。
- ② 実際にさいころを振って得られる結果を考察し、確率の理論値と、現実とその試行を行ったときの結果との関連を説明することができる。
- ③ 実際にさいころを振って得られる結果をもとに調査・考察を深め、背景にある定理や結果からわかる発展的な事柄について理解することができる。
- ④ 学年全体が行った試行を集約した結果を考察することを通し、オンラインの環境下であっても学年全体で協力して学習に取り組んでいる実感を得ることができる。

指導上の留意点：

- ・ 既習事項である場合の数との関連を明確にする。
- ・ 実生活で耳にする「確率」と共通している点、異なる点を強調する。
- ・ 動画配信形式で生徒の反応や理解度をリアルタイムで観察することができないため、できるだけ平易な表現を用いて説明する。
- ・ 動画を視聴する集中力を持続させることができるようにするため、動画内での簡潔な説明を心掛ける。
- ・ 原則として、生徒は外出することができないという点に留意する。
- ・ 発展的な内容を強調しすぎるあまり、基本事項への混乱を招くことがないように注意する。

第1回 黒板を用いた動画の配信による授業			
展開	指導内容	生徒の活動	指導上の留意点
導入	・いよいよ「確率」の計算に入ることを説明		
新規事項	・確率の定義の説明 ・「同様に確からしい」ことの説明	・ノートをとる	・実生活で耳にする「確率」という言葉との関連付けを行う
展開 ①	例1 ・「1の目が出る確率は1/6」という表現に着目させ、この理論値と、現実さいころを振ったときの結果との関連を考えさせる ・実際にさいころを100回振って見せ、1の目が出る割合と1/6の間に差異が生じることを示す ・もっと回数を増やしたらどうなるかという問いを投げかけ、「さいころ100回チャレンジ」の課題について説明する	・ノートをとる ・「1/6」という数値の意味について考える ・動画視聴後、さいころを100回振って結果を記録し、フォームで送信する	・学年で協力するという意識を高める ・さいころが手元にない場合は鉛筆などで代用可能であることを伝える
展開 ②	・確率の定義式について説明する	・ノートをとる	・「降水確率」などで用いられるパーセンテージではなく、分数で答えることを強調する ・場合の数との関連を示す
演習	例題1	・ノートをとる ・確率の定義式の適用方法を理解する	・起こりうる事柄の総数と、確率を求めたい事柄の場合の数の商を取ればよい、という流れを明確にする
まとめ	・「さいころ100回チャレンジ」の課題を再確認し、今回の課題となる教科書・問題集の範囲の問題を伝える		
第2回 スライドを用いた動画の配信による授業			
導入	・確率の理論値と、実際に試行したときの結果の関連性を調べる、という初めの目的を再確認する		・初めの目的を改めて確認し、この取り組みの意義が不明確にならないように注意する
展開 ①	・実験結果の確認 ・問1の提起	・学年全体の実験結果が、1/6に近づいてゆく様子を見て興味深く感じる	・問題提起のときに、必ずしも一様に1/6に近づいて行っている訳ではないという点に触れる ・問1には全員が取り組むことを確認する
展開 ②	・他の実験結果の提示 ・問2～5の提起	・問3で、さいころの目の出方に偏りがある可能性があることをしり、意外に感じる	・問2以降は発展問題で、各自で調査・考察するものであることを確認する ・問4の提起の際、既習事項であるヒストグラムとの関連を示す

展開	指導内容	生徒の活動	指導上の留意点
まとめ	・回答の送信方法の確認		・厳密な回答でなくても、自分なりの予想や考察を述べればよいという点を強調する
第3回 スライドを用いた動画の配信による授業			
導入	・連休をはさんだため、授業の最初の目的を再度確認する		
展開 ①	・問1の解答の確認	・常に1/6に近づいている訳ではないため、結果の様子を説明するのに難しく感じる	・「局所的に見ると1/6から離れている部分もあるが、十分広い範囲で見れば全体として1/6に近づいているということができ、そのような1/6という数値が理論値である」、という点を強調する
展開 ②	・問2～5の解答の確認	・問2以降の内容を難解に感じる ・さいころを100回振った記録を集めただけの記録から、様々な考察を行うことができることに興味深く感じる	・発展的な内容であるため、完全に理解することができなくても不安を感じる必要はないことに言及する
まとめ	・授業全体のまとめ		・確率の奥深さに関心を持つきっかけとなるよう意識する

実践報告書

田園調布学園 中等部・高等部

中島熙人

1. 本授業の特徴

本授業の主な特徴は、次の二つである。

- (1) オンラインの環境下であっても、生徒自ら試行し、結果を考察することで探求心を刺激することができたこと
- (2) 外出することができない状況でも、学年全体の試行結果を合わせることで、協力して学習に取り組んでいるという実感を得る機会となったこと

加えて、多くの制約がある中で授業を行うための細かな工夫も特徴の一つである。例えば、簡単に外出することができないため、さいころが手元にない生徒には鉛筆などで代用するよう指示した。また、その指示から「実はさいころの目の出方には偏りがあるのではないか」という疑問を提起し、考察させることによって、制約であった事柄を、更に学びを深めるきっかけとすることができた。

2. 生徒の感想

上記の特徴(1)に関連して：

「最初は証明できるのかなと思っていたけれど、回数を増やすことで確率は $1/6$ に近づいていくんだと分かった」

「実際に自分で確かめることによってより、理解を深めることができ、いつもとは違う視点から見ることでできて良かった」

「今までさいころはどの数字も均等に出ると思っていたため、このような結果になって驚いた。また、データの量が増えていくうちに理論上の値に近づいていったのが面白いと感じた」

「考察でこんなことも気付けるんだ、と分かり楽しかったです。また、このようなことをやってほしいです」

「さいころを振るだけなのにいろんなことを考えられて、面白いと思いました。また、他にも身近なもので数学的に考えられるものがあつたら、またやってみたいです」

「さいころを調べるだけでいろいろなことが考えられるのに驚きました。定理の名前を調べている途中で、先生のスライドで使われていたグラフの名前なども知れて、さらに確率の理解が深まりました」

上記の特徴(2)に関連して：

「一人だけではわからないことでも、みんなの結果とあわせて見ることでできたのでわかることが増えた」

「とても楽しかったです！なかなか外出ができなくても楽しめました」

「学年で協力したことでしっかりとした結果を知ることが出来たので良かったです」

「自分一人の結果では目の割合が 0.167 に近くなかったけど、全体を見ると近くなっていてすごく驚きました」

3. 今後の課題

今回は利用できるツールが限られており、リアルタイムで双方向のやり取りを行うことができなかった。そのため、特に発展的な内容に関して、出題意図を適切に伝えることができなかったなどの課題が残った。また、主に動画やフォームに頼った情報のやり取りとなったため、対話的に学びを深めることができなかったという点においても、改善の余地があると感じる。

以上

さいころ100回チャレンジ

～ 解答編 ～



例1 さいころを1回投げたとき、

1の目が出る確率は $\frac{1}{6} \approx 0.167$?

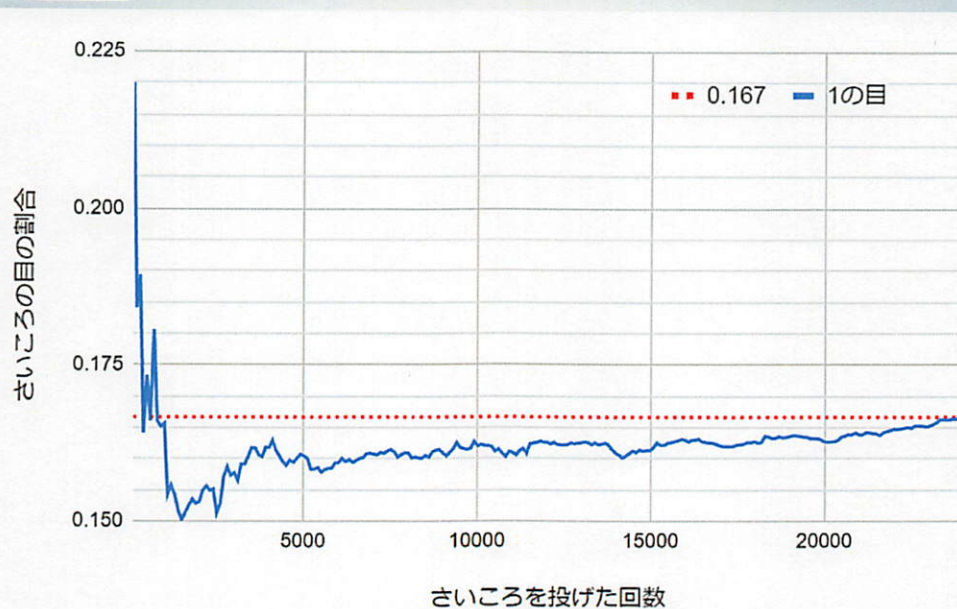
100回振ってみると…

$$\frac{22}{100} = 0.22$$

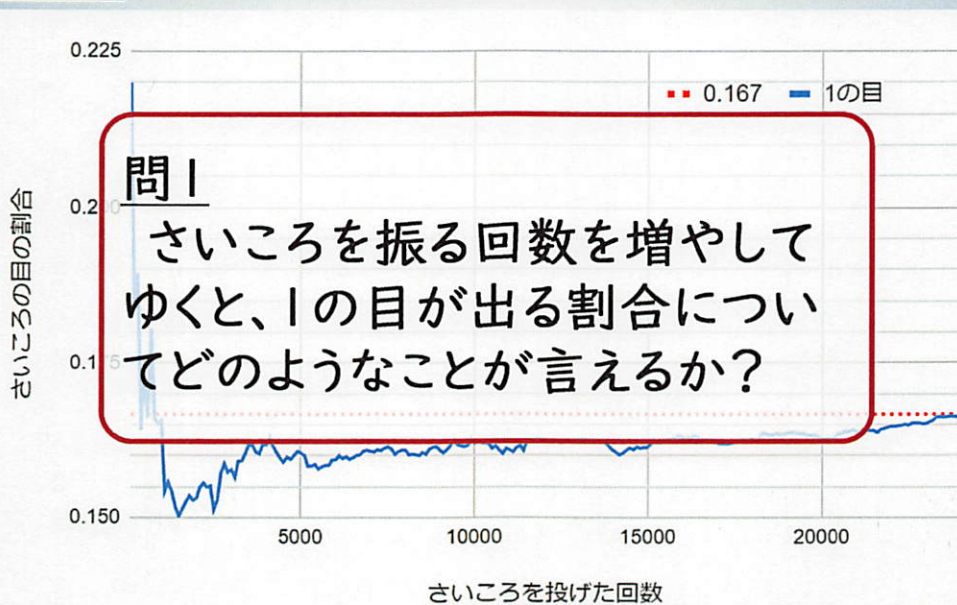
→もっとたくさん振ってみるとどうなるか？

目	回数
1	22
2	15
3	12
4	13
5	25
6	23

グラフ④ 約24000回までの1の目の割合



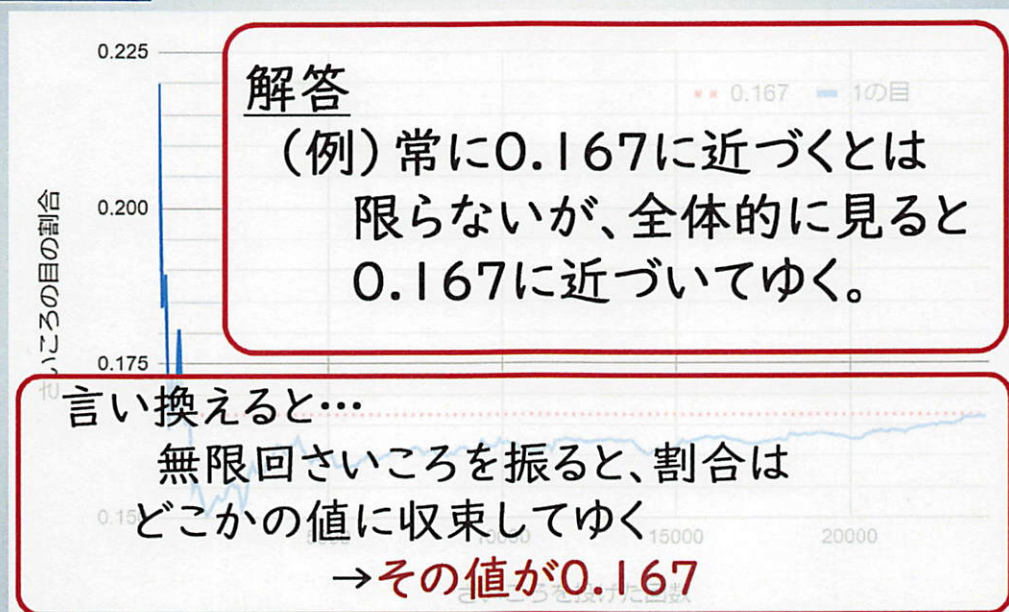
グラフ④ 約24000回までの1の目の割合



グラフ④ 約24000回までの1の目の割合



グラフ④ 約24000回までの1の目の割合



グラフ④ 約24000回までの1の目の割合

問2

さいころを振る回数(試行回数)を増やしてゆくと、1の目が出る割合は理論上の値0.167に近づいてゆく。

このように、試行回数を増やすと、確率が理論値へ近づいてゆくことを

「**〇〇の法則**」

という。〇に当てはまる言葉を調べよ。

(ひとつの〇につき、漢字1文字が入る)

グラフ④ 約24000回までの1の目の割合

問2

さいころを振る回数(試行回数)を増やしてゆくと、1の目が出る割合は理論上の値0.167に近づいてゆく。

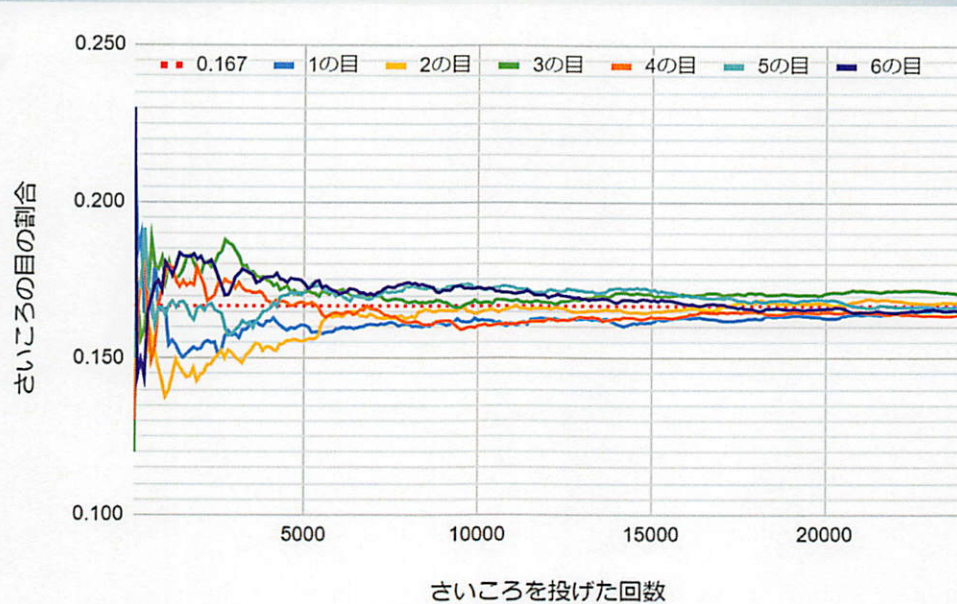
このように、**解答** **大数の法則** 確率が理論値へ近づいてゆくことを

「**〇〇の法則**」

という。〇に当てはまる言葉を調べよ。

(ひとつの〇につき、漢字1文字が入る)

グラフ⑧ 約24000回までの1~6の目の割合



グラフ⑧ 約24000回までの1~6の目の割合

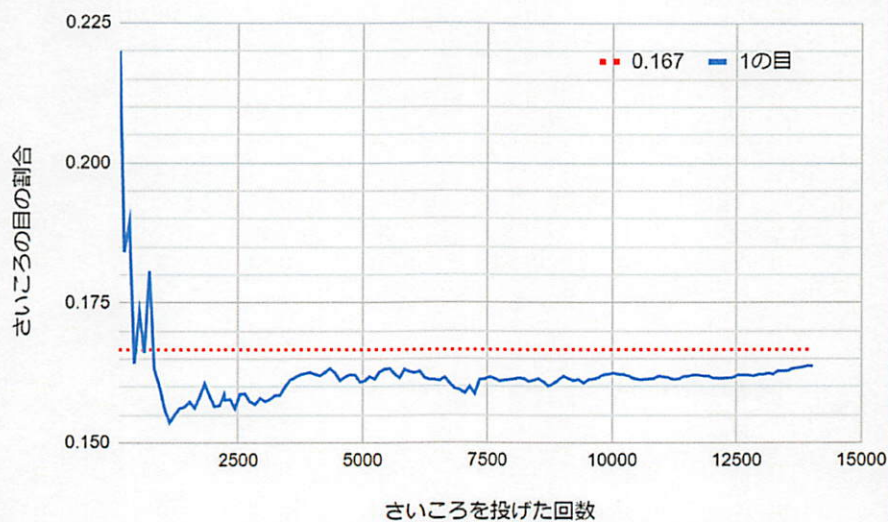
問3

1~6までの目が出る割合を見ると、
 1の目と2の目は下から0.167へ近づく
 5の目と6の目は上から0.167へ近づく
 という傾向を読み取ることができる。
 これはなぜだと考えられるか？

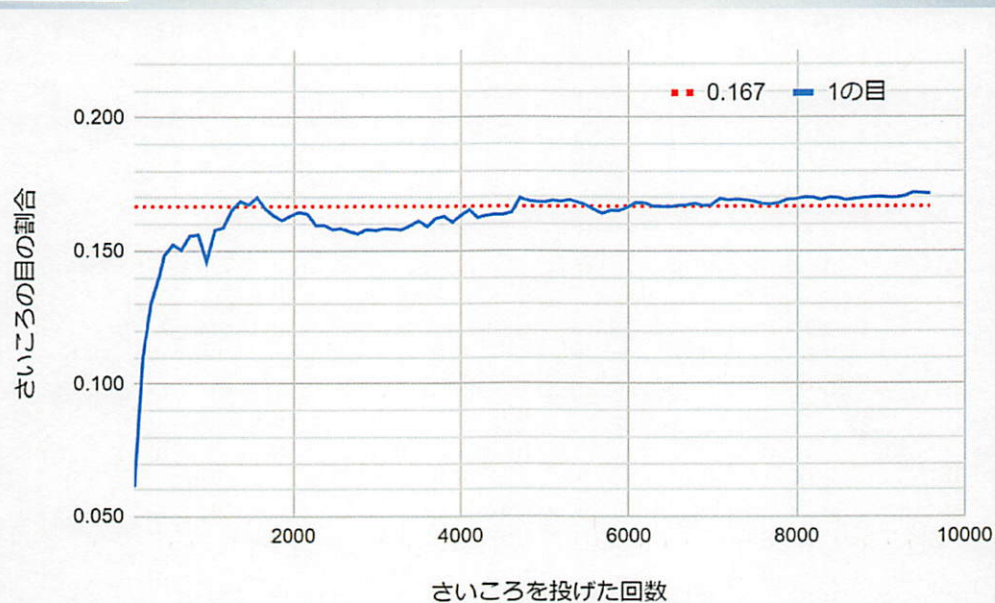
さいころを投げた回数

参考のため、使用したもので分けたグラフも見てみましょう

グラフ⑨ さいころのみのデータにおける1の目の割合



グラフ⑩ 鉛筆のみのデータにおける1の目の割合



グラフ⑫ 鉛筆のみのデータにおける1~6の目の割合

問3のヒント

グラフ⑨~⑫を見ると、1と2の目は下から、5と6の目は上から0.167へ近づく傾向にあるのは、さいころの結果のみであることが分かる。鉛筆による結果にはその傾向はみられない。

→原因はさいころの構造にあるのではないか、と予想することができる…?

さいころを投げた回数

解答

1の目と6の目、
2の目と5の目は、
実際のサイコロ
では対面に位置
している。

例えば、2の目と
5の目の位置関係
を考えると…



解答

1の目と6の目、
2の目と5の目は、
実際のサイコロ
では対面に位置
している。

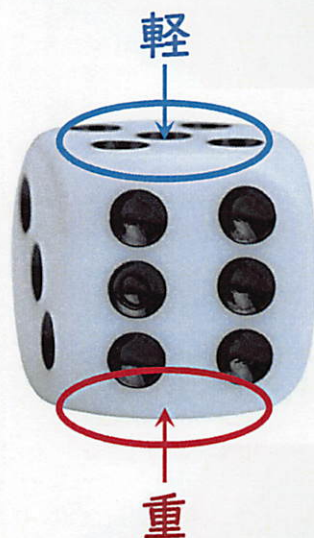
例えば、2の目と
5の目の位置関係
を考えると…



解答

5の目は出やすい
→割合は0.167よりも
高めになる
→上から0.167へ近づく

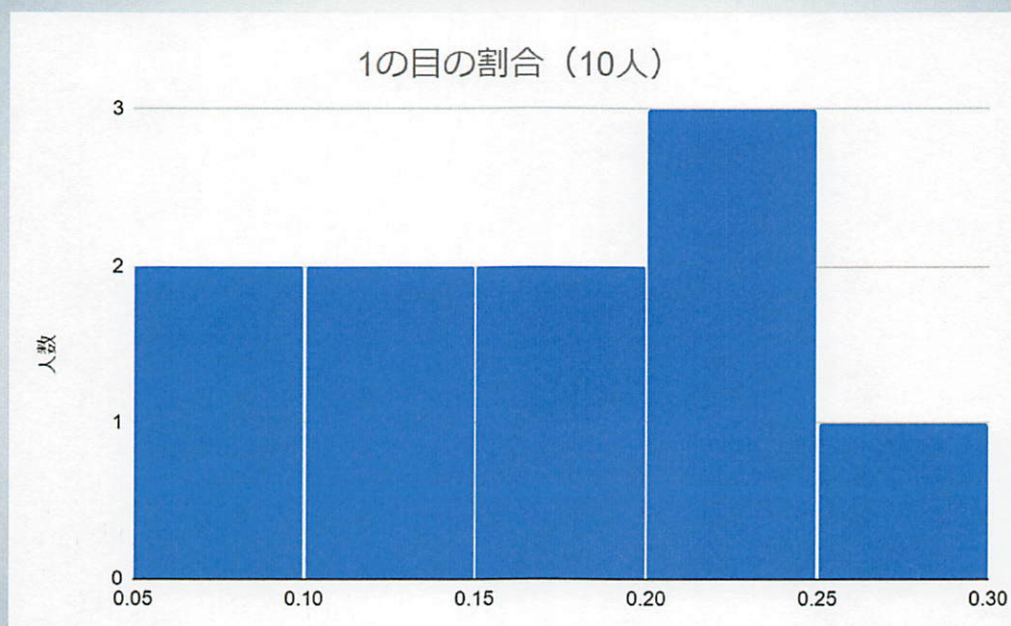
2の目は出にくい
→割合は0.167よりも
低めになる
→下から0.167へ近づく



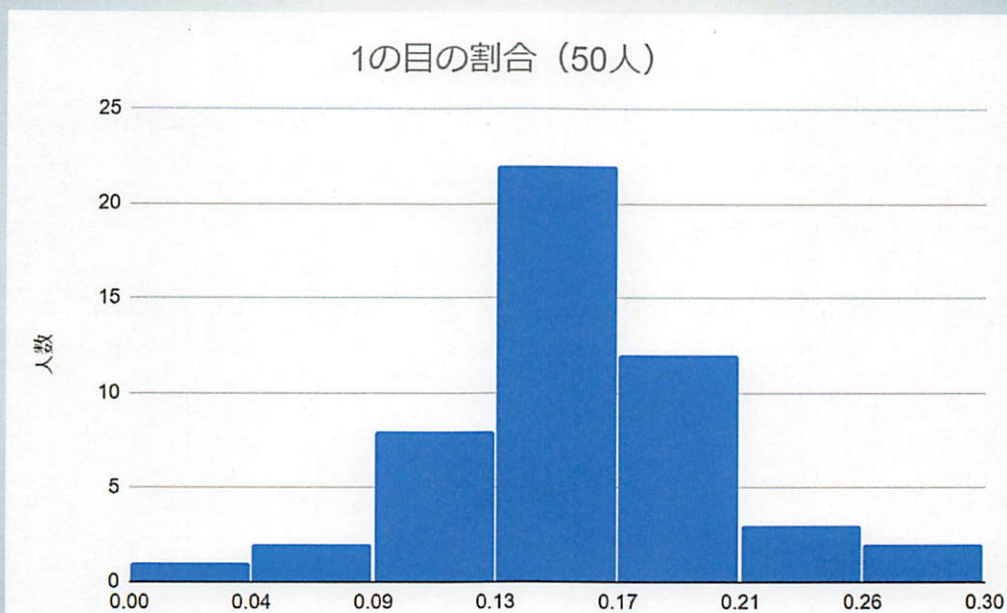
参考 「世界最速のサイコロ」
2個で約40,000円（！）



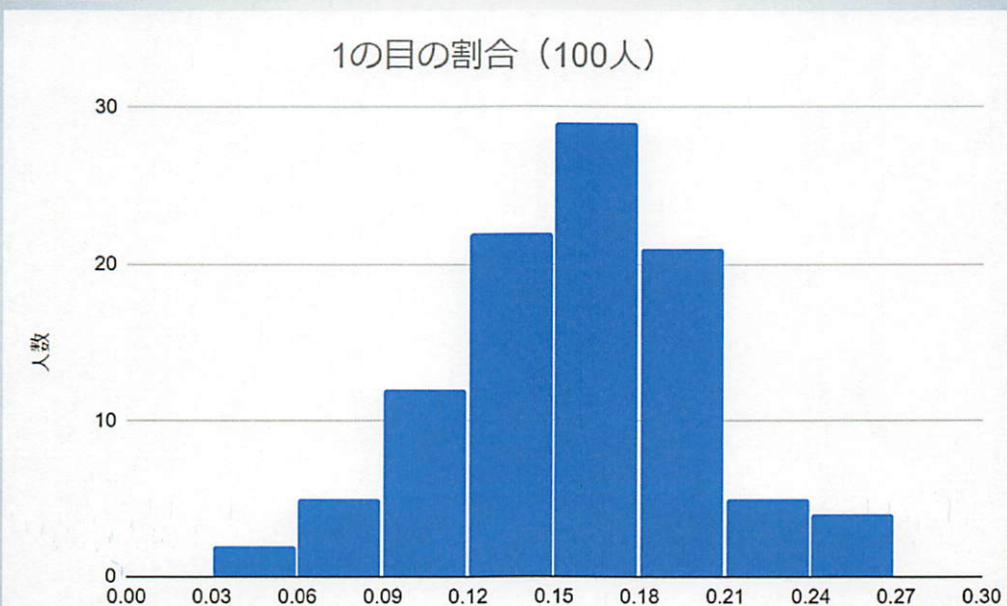
グラフ⑬ 100回に対する1の目の回数の割合(10人)



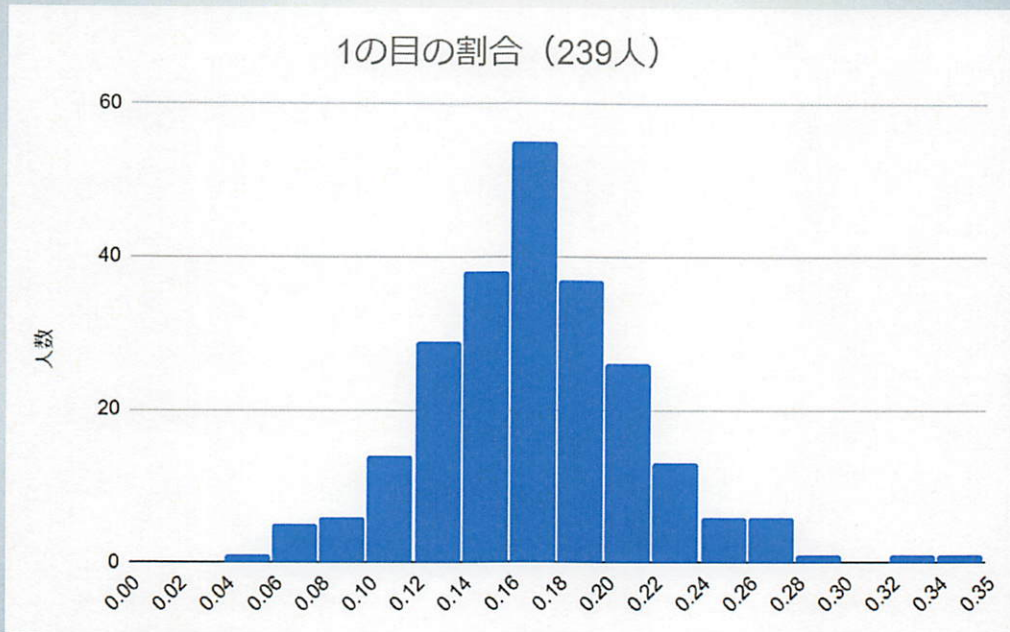
グラフ⑭ 100回に対する1の目の回数の割合(50人)



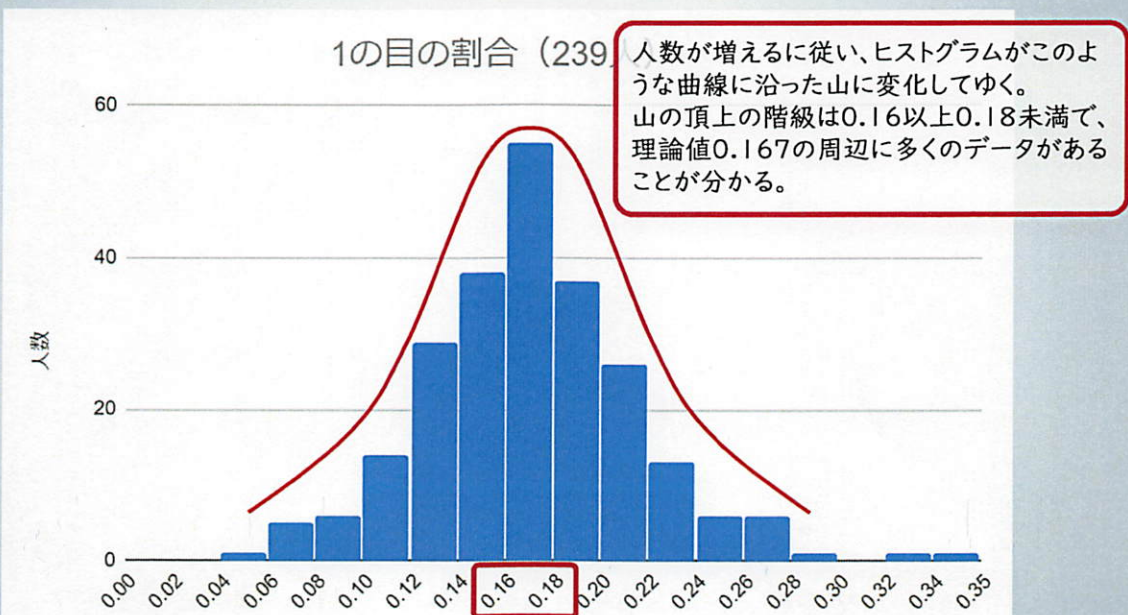
グラフ⑮ 100回に対する1の目の回数の割合(100人)



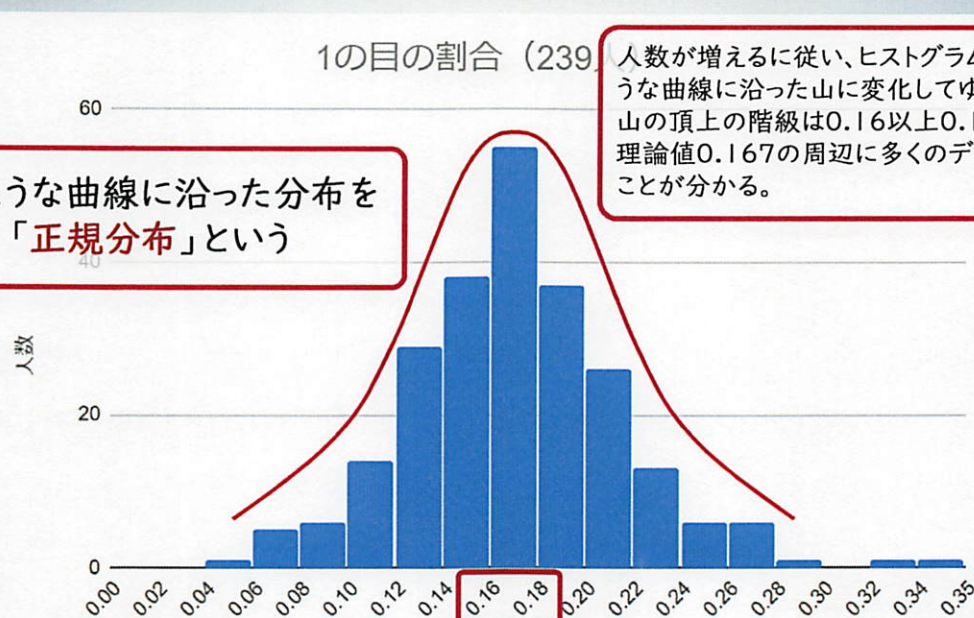
グラフ⑬ 100回に対する1の目の回数の割合(239人)



グラフ⑬ 100回に対する1の目の回数の割合(239人)



グラフ⑩ 100回に対する1の目の回数の割合 (239人)



グラフ⑩ 100回に対する1の目の割合 (239人)

問4

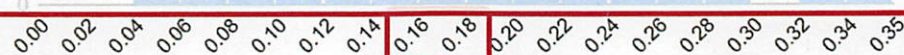
人数 (= データの数) を増やしてゆくと、1の目が出る割合は理論値0.167を山の中央とした、図のような曲線に近づいてゆく。

このような性質を

「**〇〇〇〇定理**」

という。〇に当てはまる言葉を調べよ。

(ひとつの〇につき、漢字1文字が入る)



グラフ⑬ 100回に対する1の目の割合 (239人)

問4

人数 (= データの数) を増やしてゆくと、1の目が出る割合は理論値0.167を中心とした、図のよう

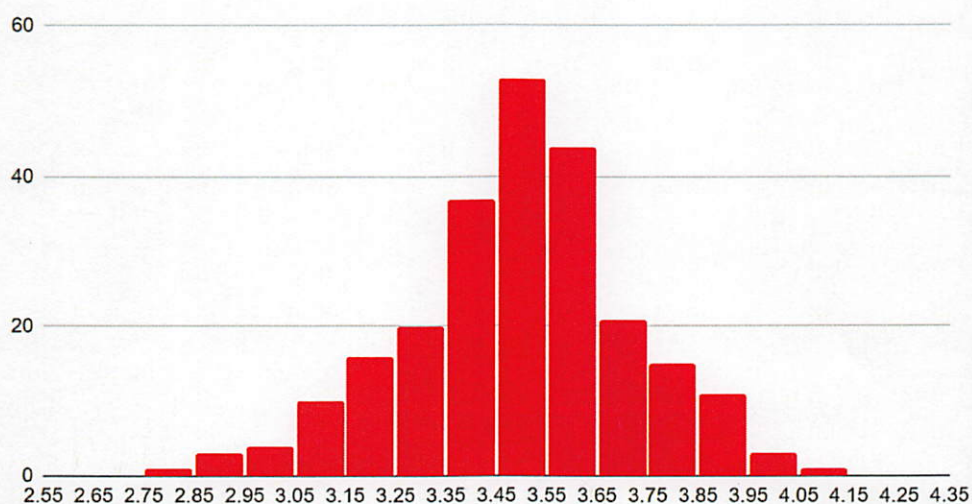
このよ

解答 **中心極限定理**

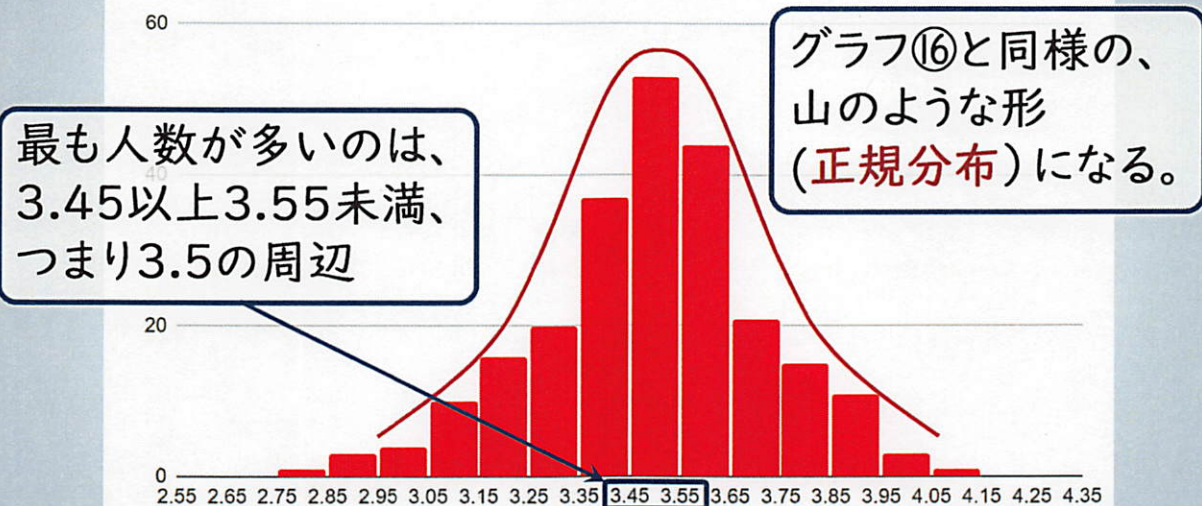
という。○に当てはまる言葉を調べよ。
(ひとつの○につき、漢字1文字が入る)

0.00 0.02 0.04 0.06 0.08 0.10 0.12 0.14 0.16 0.18 0.20 0.22 0.24 0.26 0.28 0.30 0.32 0.34 0.35

グラフ⑭ 出た目の和を100で割った値のヒストグラム



グラフ⑧ 出た目の和を100で割った値のヒストグラム



グラフ⑧ 出た目の和を100で割った値のヒストグラム

問5

グラフ⑧のデータは、ちょうど3.5の周辺に集中している。

さて、この「3.5」という数字はどこからきたものであると考えられるか？



解答

さいころの6つの目の平均

$$\frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3.5$$

※ 「出た目の和を100で割った値」とは？

$$\frac{(1の目の回数) \times 1 + (2の目の回数) \times 2 + \dots + (6の目の回数) \times 6}{100}$$

のこと。

例えば、1の目が22回、2の目が15回、3の目が12回、4の目が13回、5の目が15回、6の目が23回出た場合、

$$\frac{22 \times 1 + 15 \times 2 + 12 \times 3 + 13 \times 4 + 15 \times 5 + 23 \times 6}{100} = 3.53 \text{ となる。}$$

解答

100回投げ、全ての目が同じn回出たとすると

$$6n=100$$

このとき

$$\begin{aligned} & \frac{n \times 1 + n \times 2 + n \times 3 + n \times 4 + n \times 5 + n \times 6}{100} \\ &= \frac{n \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)}{100} \\ &= \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = 3.5 \end{aligned}$$

解答

100回投げ、全ての目が同じn回出たとすると

$$6n=100$$

このとき

$$\begin{aligned} & \frac{n \times 1 + n \times 2 + n \times 3 + n \times 4 + n \times 5 + n \times 6}{100} \\ &= \frac{n \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)}{100} \\ &= \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = 3.5 \end{aligned}$$

解答

100回投げ、全ての目が同じn回出たとすると

$$6n=100$$

このとき

$$\begin{aligned} & \frac{n \times 1 + n \times 2 + n \times 3 + n \times 4 + n \times 5 + n \times 6}{100} \\ &= \frac{n \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \times 6}{100 \times 6} \\ &= \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = 3.5 \end{aligned}$$

解答

100回投げ、全ての目が同じn回出たとすると

$$6n=100$$

このとき

$$\begin{aligned} & \frac{n \times 1 + n \times 2 + n \times 3 + n \times 4 + n \times 5 + n \times 6}{100} \\ &= \frac{n \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \times 6}{100 \times 6} \\ &= \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = 3.5 \end{aligned}$$

解答

100回投げ、全ての目が同じn回出たとすると

$$6n=100$$

このとき

$$\begin{aligned} & \frac{n \times 1 + n \times 2 + n \times 3 + n \times 4 + n \times 5 + n \times 6}{100} \\ &= \frac{n \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \times \cancel{6}}{\cancel{+100} \times 6} \\ &= \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = 3.5 \end{aligned}$$

解答

100回投げ、全ての目が同じn回出たとすると

$$6n=100$$

このとき

$$\begin{aligned} & \frac{n \times 1 + n \times 2 + n \times 3 + n \times 4 + n \times 5 + n \times 6}{100} \\ &= \frac{n \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \times \cancel{6}}{\cancel{+100} \times 6} \\ &= \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = 3.5 \leftarrow \text{これが理論値} \end{aligned}$$

日常生活で何気なく使っている「確率」という
言葉の奥深さを実感できましたね!
この機会に、興味があれば
いろいろ調べてみて下さい!!