微分方程式 第 7 回レポート課題と解答

出題日: 2015/11/09(月)

担当教員: 江夏 洋一 (A205 教室, 16:20-17:50)

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ とする. このとき, $A+B$, $A-B$, $-3A$ を求めよ.

解答. $A+B$, $A-B$, $-3A$ のいずれも 2×3 型行列であり,

$$A+B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+1 & 4+(-2) & 1+2 \\ -1+(-3) & -3+0 & 3+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ -4 & -3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$A-B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-1 & 4-(-2) & 1-2 \\ -1-(-3) & -3-0 & 3-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix},$$

$$-3A = -3\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\cdot 2 & -3\cdot 4 & -3\cdot 1 \\ -3\cdot(-1) & -3\cdot(-3) & -3\cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -12 & -3 \\ 3 & 9 & -9 \end{pmatrix}. \qquad \cdots (答)$$

2. 次の行列の積を計算せよ.

$$(1)\ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad (2)\ \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad (3)\ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$$

解答. (1) 2×2 型行列と 2×2 型行列の積は 2×2 型行列であり,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot(-3)+2\cdot 2 & 1\cdot 1+2\cdot(-1) \\ 3\cdot(-3)+4\cdot 2 & 3\cdot 1+4\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}. \qquad \cdots (答)$$

(2) 1×2 型行列と 2×1 型行列の積は 1×1 型行列 (スカラー) であり,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 1\cdot 3+2\cdot 4 = 11. \qquad \cdots (答)$$

(3) 2×1 型行列と 1×2 型行列の積は 2×2 型行列であり,

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 1 & 3\cdot 2 \\ 4\cdot 1 & 4\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}. \qquad \cdots (答)$$

3. $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ とする. このとき, AB および BA を求めよ.

解答. 3×3 型行列と 3×3 型行列の積は 3×3 型行列である. (AB と BA が等しくないことにも注意しよう.)

$$AB = \cdots = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 10 \\ 2 & 2 & -4 \\ -3 & -4 & 7 \end{pmatrix},\quad BA = \cdots = \begin{pmatrix} 7 & 19 & -7 \\ -2 & -6 & 3 \\ -5 & -13 & 4 \end{pmatrix}. \qquad \cdots (答)$$

4. 次の等式をみたす $x, y, z, w \in \mathbf{R}$ (実数) を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} \qquad (*)$$

解答. 行列に関する等式 $(*)$ を書き直した連立方程式:

$$\begin{cases} x+2y=-3 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}$$

の解を求めると, $x=1$, $y=-2$. $\cdots$ (答)