微分方程式　レポート課題　2019/12/9(月)

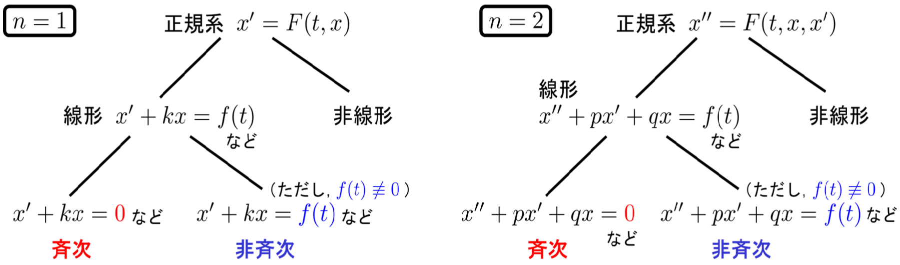
担当教員：江夏 洋一（A208 教室, 17:10-18:50）

7. 非斉次微分方程式（p.194〜）

最高階の導関数について解かれた微分方程式：

$$\underbrace{x^{(n)}}_{n\ 階} = \underbrace{F(t, x, x', \ldots, x^{(n-1)})}_{(n-1)\ 階まで}$$

を**正規形**の微分方程式という．ここで，F は既知の関数である．



§7.2.　定数変化法

命題． 1 階線形非斉次微分方程式：

$$x' + kx = f(t) \quad (\Longleftrightarrow \quad x' = -kx + f(t)) \tag{$*$}$$

の一般解は，以下の通りに与えられる．

$$x = e^{-kt}\left(\int_0^t e^{ks} f(s)\ ds + C\right). \tag{$**$}$$

ここで，$K(t)$ は $k(t)$ の原始関数（の一つ）であり，C は任意の定数である．

★注意（授業中に解説します）．
一般解の公式 $(**)$ がわからなくとも,「定数変化法」によって，$(*)$ 式の一般解を得ることができる．

---

1. 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，$' = \dfrac{d}{dt}$ である．

(1) $x' - 3x = t$　(2) $x'' - 10x' + 16x = 0$　(3) $x'' - 10x' + 25x = 0$　(4) $x'' - 10x' + 61x = 0$

2. 次の初期値問題を解け．ただし，$' = \dfrac{d}{dt}$ である．

(1) $\begin{cases} x' - 3x = t \\ x(0) = 0 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x'' - 10x' + 61x = 0 \\ x\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = 7,\ x'\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = -1 \end{cases}$

注意． 結論を得るまでの途中式過程を必ず明記し，読み手の立場に立ちながら論述を行いましょう．