基礎線形代数 1　講義ガイダンス　2019/04/15(月)

担当教員：江夏 洋一 (A305 教室，17:10-18:50)

【授業概要】行列・行列式の基本事項を説明する．

【到達目標】行列・行列式などの概念を正しく理解し，逆行列・行列式などの計算に習熟することが目標である．

【授業内容】

[第 1 回] 集合と写像（1.2 節は省略）

[第 2 回] 空間内の直線と平面

[第 3, 4 回] 2 次のベクトルと行列

[第 5 回] 行列の定義，行列のスカラー倍と和，行列の積

[第 6 回] 単位行列と正則行列，掃き出し法による逆行列の計算

[第 7 回] 行列の転置と共役

[第 8 回] 行列の分割

[第 9 回] 行列と線形写像

[第 10 回] 順列の偶奇

[第 11 回] 行列式の定義と性質

[第 12 回] 行列式の展開

[第 13 回] 行列式の積，行列式の幾何学的意味

[第 14 回] まとめ

【履修上の注意】授業時間の **20%** (目安) を演習にあてる．

【教科書】線形代数学講義 (改訂版)，対馬龍司，共立出版

【成績評価の方法（目安）】期末試験 **70%**，演習・レポート **30%**で評価する．合計が満点の **60%** 以上を単位修得の条件とする．

【その他】 1 年秋学期の基礎線形代数 2 と 2 年次の線形代数学 1， 2 の履修には基礎線形代数 1 の履修が前提となる．

【コメント】配布資料は **Oh-o! Meiji** (https://oh-o2.meiji.ac.jp/portal/index) に加えて，以下のページ：

http://www.rs.tus.ac.jp/yenatsu/index.html

の「講義」ページで閲覧できます．この講義に関する質問，授業に対する要望や提案等があれば，メールでも対応します．以下のアドレス：

yenatsu@rs.tus.ac.jp

までいつでも知らせて下さい．

講義で用いる用語や記号など

1. 集合などの記法

$\mathbb{N}$: 自然数全体が成す集合
$\mathbb{Z}$: 整数全体が成す集合
$\mathbb{Q}$: 有理数全体が成す集合
$\mathbb{R}$: 実数全体が成す集合
$\mathbb{C}$: 複素数全体が成す集合

定義（集合の元）

X を集合とする．x が集合 X の**元**であるとは，x は集合 X を構成する要素の一つであることと定義する．このとき，$x \in X$ と書く．$\left(\text{例：} 3 \in \mathbb{N},\ -1 \in \mathbb{Z},\ \dfrac{2}{3} \in \mathbb{Q},\ \sqrt{2} \in \mathbb{R},\ 3 - i \in \mathbb{C}\right)$

(i) **外延的**記法 (集合の元の**すべてを列挙する**方法)
例：$A_1 := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ は 7 以下の自然数全体が成す集合である．
例：$A_2 := \{-100, -99, \ldots, -1, 0, 1, 2\}$ は -100 以上 2 以下の整数全体が成す集合である．

(ii) **内包的**記法 (**条件をみたすもの全体として**集合を表す書き上げる方法)
例：$B_1 := \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 7\}$ は 7 以下の自然数全体が成す集合である．
例：$B_2 := \{x \in \mathbb{Z} \mid -100 \leq x \leq 2\}$ は -100 以上かつ 2 以下の整数全体が成す集合である．
例：$B_3 := \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2} \leq x < \sqrt{5}\}$ は $-\sqrt{2}$ 以上かつ $\sqrt{5}$ 未満の実数全体が成す集合である．

問． 以下の集合を外延的記法で表せ (例：$\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 1\} = \{-2, -1, 0, 1\}$)．

(1) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4x - 12 = 0\}$　(2) $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + 4x - 12 = 0\}$　(3) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4 < 0\}$

(4) $\left\{x \in \mathbb{Q} \,\middle|\, (x - \sqrt{2})\left(x - \dfrac{2}{3}\right)(x + 1)^3 = 0\right\}$

2. 論理

$A \Longrightarrow B$: A **ならば** B である【例：命題「$x = 1 \Longrightarrow x^2 - 1 = 0$」は真である】
$A \Longleftrightarrow B$: A と B は互いに**同値**である ($A \Longrightarrow B$ かつ $B \Longrightarrow A$)
【例 1：命題「$x = 1 \Longleftrightarrow x - 1 = 0$」は真である】
【例 2：命題「$x = 1 \Longleftrightarrow x^2 - 1 = 0$」は偽である】($\because x = 1 \Longleftarrow x^2 - 1 = 0$ は偽である)
s.t. (such that) ∼ : ∼をみたすような
$A \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} B$: A を B と**定義**する

3. 定義域，値域

A, B を集合とし，関数 $f : A \longrightarrow B$ が与えられたとき，

(i) A を関数 f の**定義域**　(ii) $\{f(a) \mid a \in A\}$ を関数 f の**値域**

という．また，B を関数 f の終域 (終集合) という．

定義． f_1, f_2 を関数とする．このとき，

関数 f_1 と f_2 が**等しい** ($f_1 = f_2$)
$\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ 関数 f_1 と f_2 の**定義域が等しく**，
関数 f_1 と f_2 の**定義域に含まれる任意の元 a に対して，$f_1(a) = f_2(a)$ が成立する**．

注意． 定義より，次の関数 f_1, f_2 は互いに異なる ($f_1 \neq f_2$)．ただし，$\mathbb{R}_{\geq 0} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ である．

(1) $\begin{cases} f_1 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ f_1(x) = x - 3 \\ f_2 : \mathbb{R}_{\geq 0} \longrightarrow \mathbb{R},\ f_2(x) = x - 3 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} f_1 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ f_1(x) = x - 3 \\ f_2 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ f_2(x) = x + 2 \end{cases}$