

ブランド・ロイヤルティを考慮した 動学的プロビットモデルの構築

筑波大学大学院システム情報工学研究科
社会システム工学専攻2年
久保田 郁亮

日時: 2010年2月14日
場所: 東北大学

発表の流れ

- 本研究の背景と先行研究
- 提案内容とモデル
- 分析手法
 - 階層ベイズ
 - 状態空間モデル
- 推定アルゴリズム
- 分析結果
- まとめと今後の課題

1

研究の背景

- マス・マーケティングからセグメンテーション・マーケティング, One-to-Oneマーケティングへ
 - 個々の消費者の行動に焦点をあてる
 - 1人1人に適したマーケティングアプローチの確立
- 非集計データを用いた分析
 - 消費者ごとの購買の時系列データを分析
 - 消費者のブランド選択行動をモデル化

2

ブランド選択モデル

- 消費者は効用が最大となるブランドを選択するという効用最大化理論に基づく
 - 確率的効用最大化モデルGuadagni & Little(1983)など
 - 確定的に定まる要素(例: 商品属性, 顧客属性)
 - 確率的に定まる要素(誤差項)

ブランドkを選択することで得られる効用

$$u_{ijk} = v_{ijk} + e_{ijk}$$

ブランドkを選択したときは1, それ以外は0.

$$y_{ijk} = \begin{cases} 1 & u_{ijk} > u_{ij(-k)} \\ 0 & otherwise. \end{cases}$$

i : 消費者
 j : 購買機会
 k : ブランド
 $-k$: k 以外のブランド

3

先行研究①(多項ロジットモデル)

- Guadagni & Little(1983)はスキャン・パネルデータを用いてロジットモデル(最尤法)により分析

- プロモーション(値引き)効果の分析
- ブランド・ロイヤルティ関数の定式化

(指数的減衰関数を用いて、過去のブランド選択の結果を考慮)

$$u_{ijk} = \text{loy}_{ijk} \beta^L + x_{ijk} \beta + \varepsilon_{ijk}$$

4

ブランド・ロイヤルティ関数

i : 消費者($i=1,2,\dots,N$) j : 購買機会($j=1,2,\dots,J_i$) k : ブランド($k=1,2,\dots,K$)
 π : ロイヤルティ係数

$$\text{loy}_{ijk} = \pi \text{loy}_{i(j-1)k} + (1-\pi) \times \begin{cases} 1 & \text{if } y_{i(j-1)k} = 1, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^K \text{loy}_{ijk} = 1, \quad y_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{if customer } i \text{ chooses alternative } k \\ & \text{on the } j\text{th occasion,} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$



ブランド選択の結果を使用して計算しているため、プロモーションによる効果とブランド・ロイヤルティによる効果を区別できていないことが問題である。Fader & Lattin(1983)

5

先行研究②

(多項ロジットモデル-ブランド・ロイヤルティと価格感度-)

- Krishnamurthi & Papatla(2003)
 - プロモーションによる影響とブランド・ロイヤルティの間に関係が存在することを指摘
 - 高いブランド・ロイヤルティを持つ消費者はプロモーションによる影響を受けにくい。

$$u_{ijk} = \beta_{0k} + \beta_{ijk}^p \text{price}_{ijk} + \beta^D \text{Display}_{ijk} + \varepsilon_{ijk},$$

$$\beta_{ijk}^p = \beta_0^p + \left[\eta \frac{(\text{loy}_{ijk})^\gamma}{\delta^\gamma + (\text{loy}_{ijk})^\gamma} \right]$$

6

ブランド・ロイヤルティと価格感度

- Krishnamurthi & Papatla(2003)

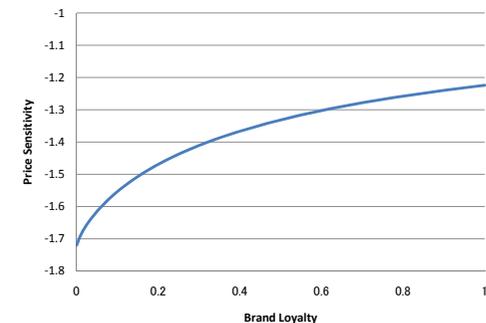
$$\beta_{ijk}^p = \beta_0^p + \left[\eta \frac{(\text{loy}_{ijk})^\gamma}{\delta^\gamma + (\text{loy}_{ijk})^\gamma} \right],$$

$$\beta_0^p = -1.72$$

$$\delta = 0.52$$

$$\gamma = 0.80$$

$$\eta = 0.79$$



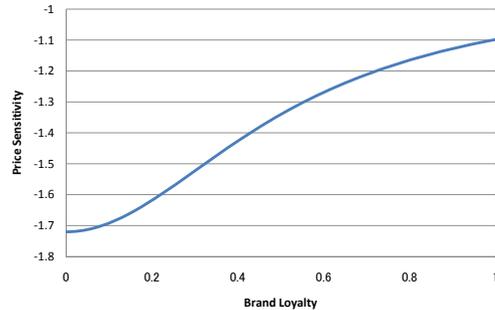
7

ブランド・ロイヤルティと価格感度

- Krishnamurthi & Papatla(2003)

$$\beta_{ijk}^p = \beta_0^p + \left[\eta \frac{(\text{loy}_{ijk})^\gamma}{\delta^\gamma + (\text{loy}_{ijk})^\gamma} \right],$$

$\beta_0^p = -1.72$
 $\delta = 0.52$
 $\gamma = 2.00$
 $\eta = 0.79$



8

先行研究③

(動学的多項プロビットモデル)

- 前川(2006)は動学的プロビットモデルによる分析(シミュレーションデータ)
 - 消費者の異質性の考慮(階層ベイズ手法)
 - 市場の時間的変化を捉える(状態空間モデル)

$$U_{ij} = X_{ij}\beta_i + Z_{ij}\Xi_j + \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \Lambda),$$

$$\Xi_j = F\Xi_{j-1} + Gv_j,$$

$$v_j \sim N(0, Q_\Xi), Q_\Xi \sim IW(v_\Xi, \Gamma_\Xi).$$

Z : ブランドの参入状況
 Ξ : 状態変数
 F, G : 係数行列

9

本研究の目的

- ブランド・ロイヤルティとプロモーションのトレード・オフを考慮して、動学的多項プロビットモデルによるブランド選択モデルを構築する。

- ①ブランド・ロイヤルティを加えた動学的多項プロビットモデル
- ②プロモーションによる効用とブランド・ロイヤルティによる効用のトレード・オフの関係
- ③プロモーションの影響を考慮したブランド・ロイヤルティ関数

10

先行研究③のモデル

- 前川(2006)の動学的プロビットモデル

$$U_{ij} = \beta_i^0 + X_{ij}\beta_i + Z_j\Xi_j + \varepsilon_{ij}$$

プロモーションによる効用

市場全体の変化を捉える

i : 消費者 U : 購買により得られる効用 Z : ブランドの参入状況
 j : 購買機会 β^0 : 切片 Ξ : 状態変数ベクトル
 k : ブランド X : マーケティング変数 ε : 誤差項
 β : X のパラメータ

11

提案モデル①

- 前川(2006)のモデルにブランド・ロイヤルティを加える

$$U_{ij} = \beta_i^0 + X_{ij}\beta_i + \underline{Loy_{ij}\gamma} + Z_j\Xi_j + \varepsilon_{ij}$$

ブランド・ロイヤルティ

i : 消費者 U : 購買により得られる効用 Loy : ブランド・ロイヤルティ
 j : 購買機会 β^0 : 切片 γ : Loy のパラメータ
 k : ブランド X : マーケティング変数 Z : ブランドの参入状況
 β : X のパラメータ Ξ : 状態変数ベクトル
 ε : 誤差項

12

提案モデル②

- 提案モデル①に、トレード・オフパラメータを加える

$$U_{ij} = \beta_i^0 + \phi_i X_{ij}\beta_i + (1 - \phi_i)Loy_{ij}\gamma + Z_j\Xi_j + \varepsilon_{ij},$$

プロモーションによる効用とブランド・ロイヤルティによる効用のトレード・オフを表すパラメータ

$$0 \leq \phi_i \leq 1, \quad \phi_i = \frac{\exp(\alpha_i)}{\exp(\alpha_i) + 1}$$

13

提案③ブランド・ロイヤルティ関数

プロモーション(一定額以上の値引き, 特別陳列, チラシ掲載のうち2つ以上)の影響を受けての購買をプロモーション購買とする。

➤ $j-1$ 回目がプロモーション購買でない場合

$$loy_{ijk} = \pi loy_{i(j-1)k} + (1 - \pi) \times \begin{cases} 1 & \text{if } y_{i(j-1)k} = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

➤ $j-1$ 回目がプロモーション購買の場合

$$loy_{ijk} = loy_{i(j-1)k}$$

i : 消費者, j : 購買機会, k : ブランド, y : 選択結果, π : ロイヤルティ係数

14

分析手法

- 階層ベイズ手法
- 状態空間モデル

15

ベイズ推定

- パラメータ自体は分布を持った確率変数
 - パラメータに事前分布を仮定
 - 事前分布と尤度関数から事後分布を導く

$$\frac{f(\beta|y)}{\text{事後分布}} = \frac{f(y|\beta)f(\beta)}{\int_{\beta} f(y|\beta)f(\beta)d\beta}$$
$$\propto \frac{f(y|\beta)f(\beta)}{\text{尤度関数} \quad \text{事前分布}}$$

16

階層ベイズ

- パラメータ β の事前分布のパラメータ μ_{β}, V_{β} (ハイパーパラメータ)が、さらに分布を持つと仮定する2段階プロセス

例)

$$\beta \sim N(\mu_{\beta}, V_{\beta}),$$
$$\mu_{\beta} \sim N(\mu_0, \Sigma_0), V_{\beta} \sim IW(v_0, \Gamma_0).$$

- 階層にすることで、初期値の影響を小さくすることが可能
- 消費者の異質性を表現することが可能

17

状態空間モデル

- 直接観測できない状態変数もモデルに含まれる。(West et al.(1985))

$$U_t = H_t \Xi_t + \varepsilon_t \quad (\text{観測モデル})$$

$$\Xi_t = F \Xi_{t-1} + G v_t \quad (\text{システムモデル})$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ v_t \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \right)$$

Ξ_t : 状態と呼ばれる直接観測できないベクトル

H_t, F, G : 係数行列

18

推定アルゴリズム

- カルマンフィルタ
- マルコフ連鎖モンテカルロ法
 - ギブス・サンプラー
 - メトロポリス・ヘイスティングス法(M-H法)

19

モデル評価

- フィット率とヒット率を用いる

フィット率: モデル推定に使用した(インサンプル)データに対する予測値の的中率

ヒット率: 予測のための(アウトサンプル)データに対する予測値の的中率

20

分析データ

- ERIMスキャナー・パネルデータ
(シカゴ大学のウェブサイトから入手)
 - 期間: 1986年第1週～1988年第34週(138週間)
 - 商品カテゴリ: ケチャップ
 - 対象ブランド: シェア上位4ブランド

商品	シェア
Heinz 32oz	30.7%
Heinz 28oz	15.7%
Hunt's 32oz	14.5%
Del Monte 32oz	6.7%
計	67.6%

21

サンプリング

- 2,452パネル(購買回数: 16,821回)から、以下の条件を満たすパネルを抽出
 - ① 最初の26週間において、2回以上の購買
 - ② 次の78週間において、5回以上の購買
 - ③ 最後の34週間において、3回以上の購買

ロイヤルティ係数
推定期間

モデル推定期間

予測期間

26weeks

78weeks

34weeks

- 上記の条件を満たしたパネル(311パネル)のうち、1/3(104パネル)をランダムに抽出し、分析対象とした。

22

比較するモデル

$$\text{model1 } U_{ij} = \beta_i^0 + X_{ij}\beta_i + Z_j\Xi_j + \varepsilon_{ij}$$

切片 プロモーション 市場の変化

$$\text{model2 } U_{ij} = \beta_i^0 + X_{ij}\beta_i + \frac{Loy_{ij}\gamma_i}{\text{ロイヤルティ}} + Z_j\Xi_j + \varepsilon_{ij}$$

$$\text{model3 } U_{ij} = \beta_i^0 + X_{ij}\beta_i + Loy_{ij}\gamma + Z_j\Xi_j + \varepsilon_{ij}$$

消費者間で共通

$$\text{model4 } U_{ij} = \beta_i^0 + \phi_i X_{ij}\beta_i + \frac{(1-\phi_i)Loy_{ij}\gamma}{\text{トレード・オフ}} + Z_j\Xi_j + \varepsilon_{ij}$$

トレード・オフ トレード・オフ

23

分析結果①

	model1	model2	model3	model4
割引率	7.682 (0.043)	7.492 (0.040)	7.696 (0.043)	10.388 (0.058)
特別陳列	0.472 (0.043)	0.562 (0.040)	0.469 (0.043)	0.531 (0.058)
チラシ掲載	0.424 (0.043)	0.479 (0.040)	0.480 (0.043)	0.256 (0.058)
ロイヤルティγ	-	1.439 (0.040)	1.458	1.187
フィット率	74.08%	77.58%	77.85%	69.07%
ヒット率	66.98%	66.23%	67.53%	54.55%

※カッコ内は標準偏差

※model4については収束していない。

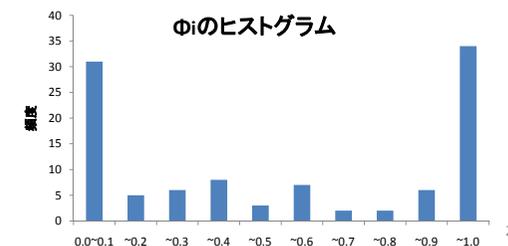
$$\text{model3} \quad U_{ij} = \beta_i^0 + X_{ij}\beta_i + \text{Loy}_{ij}\gamma + Z_j\Xi_j + \varepsilon_{ij}$$

24

トレード・オフパラメータの推定値

$$0 \leq \phi_i \leq 1, \quad \phi_i = \frac{\exp(\alpha_i)}{\exp(\alpha_i) + 1}$$

- M-H法を用いて α_i を推定
– 両端に集まっている(収束には達していない)



ブランド・ロイヤルティ関数の比較

- model3を用いて、以下の2つのブランド・ロイヤルティの更新方法を比較する。

$$\text{model3} \quad U_{ij} = \beta_i^0 + X_{ij}\beta_i + \text{Loy}_{ij}\gamma + Z_j\Xi_j + \varepsilon_{ij}$$

- ① Guadagni & Little(1983)の方法
- ② 前回購買がプロモーション購買の場合はロイヤルティの値を更新しない方法(プロモーションの影響を排除)

$$\text{loy}_{ijk} = \pi \text{loy}_{i(j-1)k} + (1-\pi) \times \begin{cases} 1 & \text{if } y_{i(j-1)k} = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

26

分析結果②

	Guadagni & Little	本研究の提案
割引率	7.696 (0.043)	8.017 (0.043)
特別陳列	0.469 (0.043)	0.462 (0.043)
チラシ掲載	0.480 (0.043)	0.459 (0.043)
ロイヤルティγ	1.458	1.326
フィット率	77.85%	77.50%
ヒット率	67.53%	70.32%

前回購買がプロモーション購買の時、ロイヤルティの値を更新しないことにより、ヒット率が上昇した。

27

まとめ①

- 前川(2006)のモデルに、ブランド・ロイヤルティを加えることで、フィット率・ヒット率が上昇することが確認された。
- ブランド・ロイヤルティ関数の定式化において、プロモーションの影響を排除することで、ヒット率が上昇することが確認された。

28

まとめ②

- トレード・オフパラメータを加えたモデルは最適なモデルとはならなかった。
 - 収束しない(シミュレーションデータでも収束しない)
 - M-H法の提案分布の設定を工夫
 - トレード・オフパラメータを階層で表現する
 - トレード・オフパラメータによる制約が強い
 - ブランドごとにパラメータを設定する
 - トレード・オフパラメータの表現方法
 - ロジット変換以外の方法

29

今後の課題

- モデルの一般化のため、複数の商品カテゴリで分析する必要がある。
- 市場の変化(ブランドの参入・撤退など)が存在するデータを用いて分析する。
- トレード・オフパラメータの改善

30

参考文献①

- [1]阿部誠(2003),「消費者行動のモデル化:消費者の異質性」,『オペレーションズ・リサーチ』48巻2号, pp.121-129.
- [2]阿部誠, 近藤文代(2005),「マーケティングの科学—POSデータの解析—」, 朝倉書店.
- [3]太田耕司(2005),「新規ブランド参入に関する動学的プロビットモデルの構築」, 平成16年度筑波大学大学院システム情報工学研究科経営・政策科学専攻修士論文.
- [4]北川源四郎(1993),「時系列解析プログラミング」, 岩波書店.
- [5]黒田哲平(2008),「CRMのためのバラエティシーキングに着目した顧客セグメンテーション」, 平成19年度筑波大学大学院システム情報工学研究科社会システム工学専攻修士論文.
- [6]前川貴則(2006),「新規ブランド参入に関する動学的プロビットモデルの構築と実際のデータの適用分析」, 平成17年度筑波大学第三学群社会学類卒業論文.

31

参考文献②

- [7]Chen, M. H., Shao, Q. M., & Ibrahim, J. G.(2001), *Monte Carlo methods for Bayesian computation*, Berlin:Springer-Verlag.
- [8]Fader, P. & J. Lattin(1993), "Accounting for Heterogeneity and Non-Stationarity in a Cross-Sectional Model of Consumer Purchase Behavior", *Marketing Science*, Vol.12, No.3, pp.304-317.
- [9]Geweke, J.(1992), "Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments", *Bayesian Statistics 4*, pp.169-193. Oxford University Press.
- [10]Geweke J., Keane, & M., Runkle, D.(1994), "Recursively Simulating Multinomial Multiperiod Probit Probabilities", *American Statistical Association 1994 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section*.
- [11]Geweke J., Keane, & M., Runkle, D.(1997), "Statistical inference in the multinomial multiperiod probit model", *Journal of Econometrics*, 80, pp.125-165.

32

参考文献③

- [12]Guadagni, P. M. & J. D. C. Little(1983), "A logit model of brand choice calibrated on scanner data", *Marketing Science*, Vol2, No.3, pp203-238.
- [13]Krishnamurthi, L. & Papatla, P.(2003), "Accounting for heterogeneity and dynamics in the loyalty-price sensitivity relationship", *Journal of Retailing*, Vol.79, No.2, pp.121-135.
- [14]Lachaab, M., Ansari, A., Jedidi, K., & Trabelsi, A.(2006), "Modeling preference evolution in discrete choice models : A Bayesian state-space approach", *Quantitative Marketing and Economics*, Vol.4, No.1, pp.57-81.
- [15]McCulloch, R. & P. Rossi(1994), "An Exact Likelihood Approach to Analysis of the MNP Model", *Journal of Econometrics*, 64, pp.207-240.
- [16]Peter E. Rossi, Greg M. Allenby & Robert McCulloch(2005), *Bayesian Statistics and Marketing*, Wiley.
- [17]Rendtel, U., & Kaltenborn, U.(2004), The stability of simulation based estimation of the multiperiod multinomial probit model with individual specific covariates(Tech. Rep.), Berlin.

33

参考文献④

- [18]West, M., Harrison, P. J., & Migon, H. S.(1985),"Dynamic Generalized Linear Models and Bayesian Forecasting", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.80, pp.73-97.
- [19]Yang, Sha, Greg M. Allenby(2003), "Modeling interdependent consumer preferences", *Journal of Marketing Research*, Vol.4, pp.282-294.
- [20]Zhang, X., Boscardin, W. J., & Belin, T. R.(2006), "Sampling correlation matrices in Bayesian models with correlated latent variables", *Journal of Computational Graphics and Statistics*, 15, pp.880-896.
- [21]Ziegler, A.(2002), *Simulated classical tests in the multiperiod multinomial probit model(Tech. Rep.)*, Center for European Economic Research, Mannheim.

34

モデルと事前分布

$$U_{ij} = \beta_i^0 + \phi_i X_{ij} \beta_i + (1 - \phi_i) Loy_{ij} \gamma + Z_j \Xi_j + \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} \sim N_K(0, I),$$

$$\beta_i \sim N(\mu_\beta, V_\beta), \quad \mu_\beta \sim N(\mu_0, V_0), \quad V_\beta \sim IW(v_0, \Gamma_0),$$

$$\phi_i = \frac{\exp(\alpha_i)}{\exp(\alpha_i) + 1}, \quad \alpha_i \sim N(0, \Delta),$$

$$\Xi_j = F \Xi_{j-1} + G v_j, \quad v_j \sim N_K(0, Q_\Xi), \quad Q_\Xi \sim IW(v_\Xi, \Gamma_\Xi).$$

35

カルマンフィルタ

- 直前までのデータと現在得たデータをもとにシステムの状態を推定する手法

- 予測 現在 t_0 までの情報に基づき、 $t > t_0$ の状態を推定
- フィルタ 現在 t_0 の情報に基づき、 $t = t_0$ の状態を推定
- 平滑化 現在 t_0 までの情報に基づき、 $t < t_0$ の状態を推定

[1 期先予測]

[フィルタ]

$$\Xi_{t|t-1} = F \Xi_{t-1|t-1}$$

$$K_t = V_{t|t-1} Z_t' (Z_t' V_{t|t-1} Z_t + I)^{-1}$$

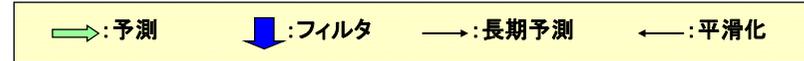
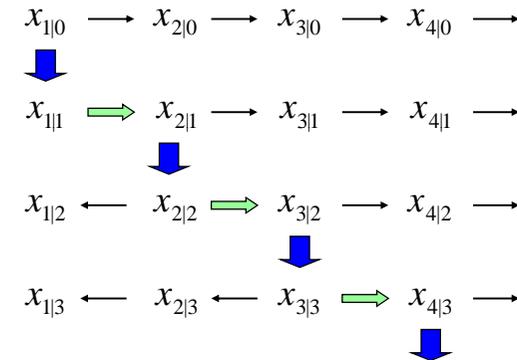
$$V_{t|t-1} = F V_{t-1|t-1} F' + G Q_\xi G'$$

$$\Xi_{t|t} = \Xi_{t|t-1} + K_t \cdot \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (U_m - X_m \beta - Z_m \Xi_{t|t-1})$$

$$V_{t|t} = (I - K_t Z_m) V_{t|t-1}$$

36

カルマンフィルタによる逐次計算



37

マルコフ連鎖モンテカルロ法

- 多変量の確率分布からサンプルを得るための手法

– マルコフ連鎖

- 1期前の状態によって次の状態が決まる連鎖

– モンテカルロ法

- 乱数を用いてシミュレーションや数値計算を行う手法

- アルゴリズム

– Gibbs Sampler

– Metropolis-Hastingsアルゴリズム (ランダム・ウォーク法)

38

Gibbs Sampler

目標分布が事後分布 π^* で、その確率密度関数を $\pi(\theta | x)$ とし、 $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ とする。また、 $\theta_{-i} = (\theta_1, \dots, \theta_{i-1}, \theta_{i+1}, \dots, \theta_p)$ と x が与えられたときの条件付き事後分布 π_i^* の確率密度関数を $\pi(\theta_i | \theta_{-i}, x)$ とし、この条件付分布からのサンプリングが容易であると仮定する。

<ステップ 1> 初期値 $\theta^{(0)} = (\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}, \dots, \theta_p^{(0)})$ を決め、 $t = 1$ とおく。

<ステップ 2> $i = 1, \dots, p$ について、以下を発生させる。

$$\theta_i^{(t)} \sim \pi(\theta_i | \theta_{-i}^{(t)}, x)$$

$$\theta_{-i}^{(t)} = (\theta_1^{(t)}, \dots, \theta_{i-1}^{(t)}, \theta_{i+1}^{(t)}, \theta_p^{(t)})$$

<ステップ 3> t を $t+1$ としてステップ 2 に戻る。

正則条件の下で $t \rightarrow \infty$ のときに $\theta^{(t)}$ の分布が事後分布 π^* に収束する。

Metropolis-Hastingsアルゴリズム

事後分布 π^* または条件付事後分布 π_i^* をよく近似しつつサンプリングも簡単な確率分布 q を提案分布という。提案分布 q を用いてサンプリングし、その後で、近似による事後分布 π^* からのずれを調整する。

<ステップ 1> 初期値 $\theta^{(0)}$ を決め、 $t = 1$ とおく。

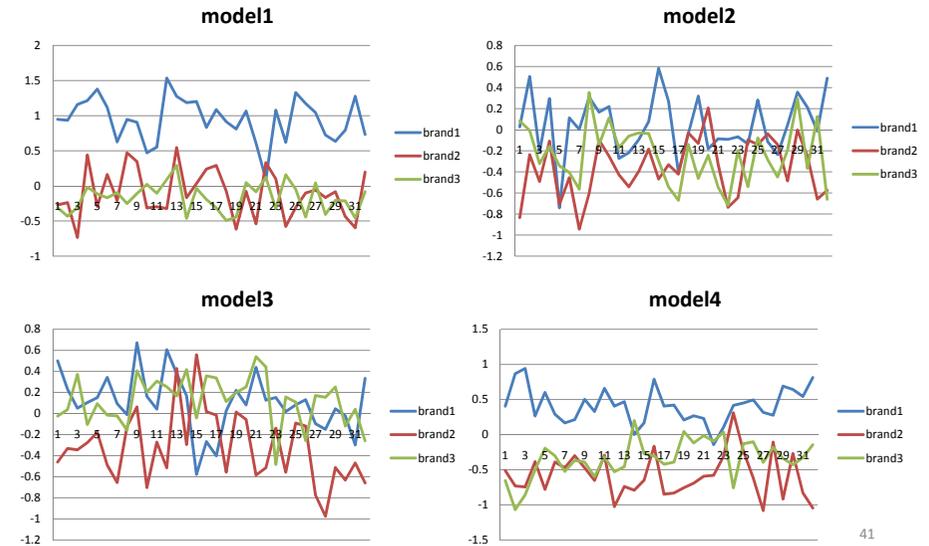
<ステップ 2> 提案分布 q により候補の値 θ' を、 $U(0,1)$ から u を発生させる。

<ステップ 3> $u \leq a(\theta^{(t-1)}, \theta')$ であれば $\theta^{(t)} = \theta'$ とし、そうでなければ $\theta^{(t)} = \theta^{(t-1)}$ とする。採択率は以下の式で与えられる。

$$a(\theta, \theta') = \min \left\{ \frac{\pi(\theta' | x)q(\theta, \theta')}{\pi(\theta | x)q(\theta', \theta)}, 1 \right\}$$

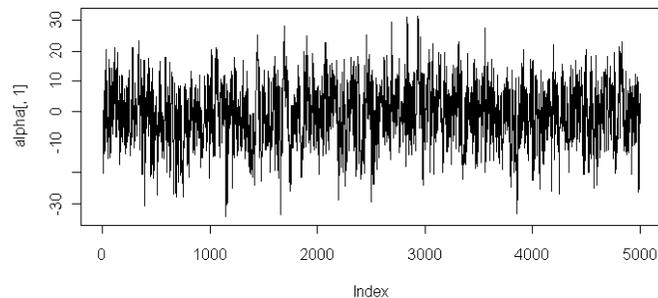
<ステップ 4> t を $t + 1$ としてステップ 2に戻る。

ξ の推定値



alphaの推定値の推移

- 採択率約70%



先行研究①のモデル

- Guadagni & Little(1983) ロジットモデル(最尤法)により分析

$$U_{ij} = X_{ij}\beta + Loy_{ij}\beta^L + \varepsilon_{ij}$$

プロモーションによる効用

ブランド・ロイヤルティによる効用